

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

**С. М. ГОЙСА, В. М. СТЕЦЬОК**

**ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА**  
**У ПРИКЛАДАХ, ЗАПИТАННЯХ І ВІДПОВІДЯХ**  
**ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ**

**Частина 4**

**НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА РОЗРОБКА**

**ФАКУЛЬТЕТ РАДІОФІЗИКИ, ЕЛЕКТРОНІКИ ТА КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ**  
**2021**

УДК 537  
ББК 22.33

Автори:

С. М. Гойса, В. М. Стецюк

Рецензенти:

канд. фіз.-мат. наук, доц. С. П. Кулик,  
канд. фіз.-мат. наук, доц. В. П. Сохацький

Рекомендовано до друку Вченою радою факультету радіофізики, електроніки  
та комп'ютерних систем  
(протокол № 16 від 27 травня 2021 року)

Загальна фізика у прикладах, запитаннях і відповідях. Електрика і магнетизм. Ча-  
стина 4 : навчально-методична розробка / С. М. Гойса, В. М. Стецюк. – К., 2021. –  
25 с.

Навчально-методична розробка містить запитання і відповіді, а також приклади роз-  
в'язування задач із розділу загальної фізики "Електрика та магнетизм". Дана робота  
покликана допомогти студентам більш глибоко опанувати лекційний матеріал, свідомо  
використовувати фізичні закони, знаходити відповіді на запитання, що виникають під  
час самостійного вивчення курсу, набути практичних навичок з розв'язування задач.

Для студентів фізичних та радіофізичних спеціальностей закладів вищої освіти.  
Може бути корисним учням і викладачам спеціалізованих шкіл і фізико-математичних  
ліцеїв.

© Гойса С. М., Стецюк В. М., 2021

© Київський національний університет імені Тараса Шевченка,  
факультет радіофізики, електроніки та комп'ютерних систем, 2021

## 10. ЕЛЕМЕНТИ ЕМІСІЙНОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ ТА ФІЗИКИ ГАЗОВОГО РОЗРЯДУ

### 10.1. Короткі теоретичні відомості

Електричний струм у речовині виникає за рахунок руху вільних носіїв заряду. Нехай у вакуумі розташовані два провідних тіла, між якими прикладена напруга  $U_a$ . Провідник, потенціал якого від'ємний, називають катодом (джерелом носіїв заряду), інший – анодом (збирачем, колектором носіїв). Для того щоб між ними у вакуумі виник струм, необхідно збудити електрони катода таким чином, щоб вони мали можливість подолати потенціальний бар'єр на границі «вакуум-тверде тіло», вийти у вакуум і досягти анода.

Існує декілька способів збудження електронної підсистеми твердого тіла. У курсі загальної фізики розглядаються наступні.

При розжаренні катода виникає термоелектронна емісія. Джерелом збудження електронів є теплова енергія кристалічної ґратки. При температурі ґратки  $T > 0$  частина електронів у результаті взаємодії з тепловими коливаннями ґратки (фононами) переходить на більш високі енергетичні рівні, в тому числі і на такі, енергія яких вище за рівень вакууму. Як результат, останні можуть вийти у вакуум і досягнути анода. При цьому у вакуумному проміжку виникає струм. Поле, в якому рухаються термоелектрони, складається із зовнішнього поля  $\vec{E}$  та поля просторового заряду  $\vec{E}_n$ , яке створюється емітованими електронами. При значній анодній напрузі  $U_a$  можна знехтувати впливом поля просторового заряду, і тоді поле на поверхні катода  $E(r = r_k) > 0$  ( $r_k$  – радіус катода). При цьому виникає струм насичення термоелектронної емісії.

В рамках теорії Річардсона-Дешмана густина  $J_a$  струму насичення термоемісії металів описується виразом

$$J_a = A_0 \langle D \rangle T^2 \cdot \exp \left\{ -\frac{A}{kT} \right\}, \quad (10.1)$$

де  $T$ ,  $A$  – температура катода та його робота виходу відповідно;

$A_0 = \frac{4\pi m e k^2}{h^3} = 120 \frac{\text{А}}{\text{см}^2 \cdot \text{К}^2}$  – стала, однакова для всіх металів;  $\langle D \rangle$  – середнє значення прозорості потенціального бар'єра для термоелектронів ( $\langle D \rangle \leq 1$  і визначає ймовірність емісії електронів, які мають енергію вищу за рівень вакууму). Слід зауважити, що навіть за умови  $E(r = r_k) > 0$ , коли всі емітовані електрони досягають анода, анодний струм продовжує зростати. Цей ефект називають ефектом Шотткі.

При незначних анодних напругах, коли виконується умова  $E(r=r_k)=0$ , необхідно врахувати поле просторового заряду, яке обмежує анодний струм. В цьому випадку анодний струм  $I_a$  залежить від анодної напруги  $U_a$  за так званим законом «трьох-других»:

$$I_a = C \cdot U_a^{3/2}, \quad (10.2)$$

де стала  $C$  визначається геометрією системи та питомим зарядом електрона.

Іншим способом збудження електронів катода є опромінення його фотонами – явище, яке називають фотоелектронною емісією. Один із законів класичного фотоелектру встановлює зв'язок між кінетичною енергією валентних фотоелектронів  $\frac{m\nu^2}{2}$  та енергією  $h\nu$  фотонів, що опромінують тверде тіло:

$$\frac{m\nu^2}{2} = h\nu - A. \quad (10.3)$$

Емісія електронів з твердого тіла може виникнути не лише за рахунок збудження його електронної підсистеми. Якщо біля поверхні катода створити сильне зовнішнє електричне поле, то також спостерігається електронна емісія, яка отримала назву автоелектронної (холодна емісія, тунельний ефект). Виникнення такого роду емісії можна пояснити лише в рамках квантової теорії: наявність зовнішнього електричного поля призводить до перетворення потенціального бар'єра на границі катод-вакуум у більш вузький. Він стає тим вужчим, чим сильніше зовнішнє поле. При цьому незбуджені (рівноважні) електрони у твердому тілі можуть виходити у вакуум внаслідок тунельного ефекту. Ця емісія характеризується густиною струму  $J_T$ , яка дуже сильно залежить від напруженості зовнішнього поля  $\vec{E}$  біля поверхні катода. Автоелектронна емісія не потребує додаткового збудження електронів і обумовлена їх хвильовими властивостями. За теорією Фаулера-Нордгейма для металів при температурі катода  $T = 0^\circ\text{K}$

$$J_T = C \cdot E^2 \exp\left\{-\frac{BA^{3/2}}{E}\right\}, \quad (10.4)$$

де  $C$ ,  $B$  – сталі.  $C$  залежить від роботи виходу  $A$  катода та його хімічного потенціалу.

Якщо проміжок між катодом та анодом заповнено газом, то струм між ними може виникнути ще й за рахунок іонізації молекул газу. Незалежно від чинників іонізації газу, при виконанні певних умов в ньому виникає розряд. Існує кілька типів газового розряду. Оскільки основною причиною виникнення газового розряду є іонізація молекул, то цей процес характеризують перерізом іонізації або об'ємним коефіцієнтом іонізації. Ці величини визначають ймовірність іонізації нейтральних молекул газу при їх взаємодії із зарядженими або нейтральними частинками, на-

приклад, з електронами або фотонами. Можливий і зворотній ефект, коли іонізовані молекули газу взаємодіють з частинками, які мають протилежний за знаком заряд. В цьому випадку відбувається нейтралізація іонізованих молекул газу, а явище називають рекомбінацією. Цей процес, який призводить до зменшення кількості вільних носіїв у газовому розряді, характеризують коефіцієнтом рекомбінації. Він визначає ймовірність того, що при зіткненні двох протилежних за знаком заряду частинок вони нейтралізуються.

## 10.2. Запитання та відповіді

**10.2.1.** Якісно зобразіть вольт-амперні характеристики (ВАХ) вакуумного діода, що відповідають робочим температурам катода  $T_1$  та  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ). Поясніть їх відмінності. Вважати, що електрони вилітають з катода з нульовими швидкостями.

В області малих анодних напруг (режим просторового заряду) анодний струм майже не залежить від температури і визначається анодною напругою  $U_a$ . По мірі збільшення  $U_a$  вакуумний діод переходить в режим насичення, коли всі електрони, які вилітають з катода, досягають анода. При зростанні температури катода збільшується і кількість електронів, спроможних вийти у вакуум. Тому ВАХ-1 на рис. 10.1 відповідає більш високій температурі  $T_1$ , а ВАХ-2 – температурі  $T_2 < T_1$ .

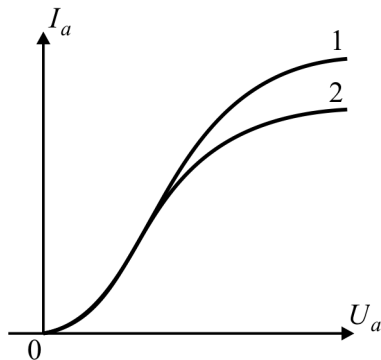


Рис. 10.1. До запитання 10.2.1

**10.2.2.** Поясніть, чому при збільшенні температури катода режим насичення термоелектронного струму починається при більших значеннях  $U_a$  (рис. 10.2)?

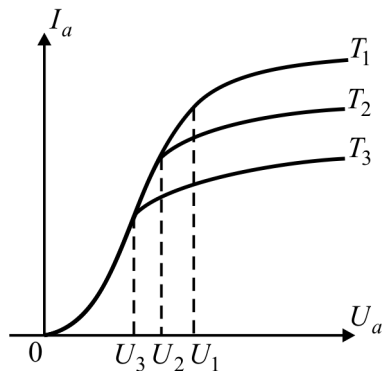


Рис. 10.2. До запитання 10.2.2

На рис. 10.2 наведено три ВАХ вакуумного діода при трьох різних температурах катода  $T_1 > T_2 > T_3$ . Кожній з трьох залежностей відповідає своя напруга, при якій діод починає працювати в режимі насичення  $U_3 < U_2 < U_1$ .

При збільшенні температури катода кількість електронів, що вилітають у вакуум, зростає. Це призводить до збільшення поля просторового заряду. Щоб його компенсувати і вийти в режим насичення потрібно прикласти більше зовнішнє поле, тобто більшу анодну напругу  $U_a$ .

**10.2.3.** На рис. 10.3 наведено ВАХ трьох вакуумних діодів, однакових за розмірами та геометричною формою. В усіх трьох катода виготовлені з вольфраму, а аноди з молібдену (робота виходу  $A_1 = 4,2 \text{ eV}$ ), вольфраму (робота виходу  $A_2 = 4,4 \text{ eV}$ ), та платини (робота виходу  $A_3 = 5,2 \text{ eV}$ ). Поясніть відмінності у ВАХ цих діодів.

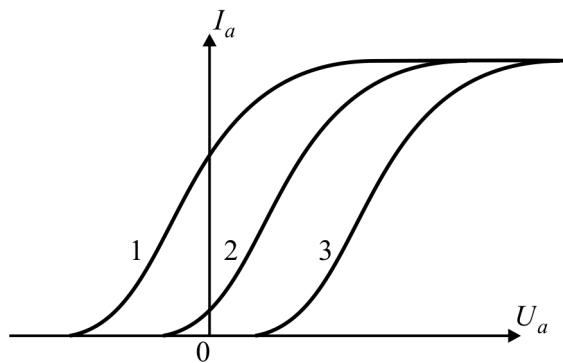


Рис. 10.3. До запитання 10.2.3

Якщо катод та анод виготовлено з різних матеріалів, то між ними виникає контактна різниця потенціалів (КРП) за рахунок різних енергій електрохімічних потенціалів. За модулем КРП дорівнює різниці робіт виходу і призводить до появи додаткового внутрішнього поля. У випадку 3, коли робота виходу анода більша за роботу виходу катода, це поле створює додатковий бар'єр, для подолання якого термоелектронам треба надати додаткової енергії, тобто для виникнення струму

прикласти анодну напругу  $eU_a = A_3 - A_2$ . Навпаки, якщо робота виходу анода менша, ніж робота виходу катода, додаткове внутрішнє поле зменшує потенціальний бар'єр і термоелектронний струм виникає навіть при від'ємних значеннях  $U_a$  (крива 1).

Струм насичення визначається лише роботою виходу катода і не залежить від матеріалу, з якого виготовлено анод. Тому для всіх трьох характеристик він однаковий.

Таким чином, ВАХ, зображені на рис. 10.3, належать діодам, аноди яких виготовлені з молібдену (крива 1), вольфраму (крива 2) та платини (крива 3).

**10.2.4.** Катод і анод виготовлені з однакового матеріалу. Чому навіть при від'ємних анодних напругах анодний струм не дорівнює нулю?

Даний факт пояснюється тим, що в реальній ситуації електрони вилітають з поверхні катода з різними швидкостями. Тому завжди знайдуться електрони (хоча їх і незначна частка) з такими тепловими швидкостями, які дозволяють подолати зовнішнє гальмівне поле та поле просторового заряду і досягнути поверхні анода.

**10.2.5.** Чому при виведенні закону «трьох-других» необхідне виконання умови

$$\left. \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \right|_{r=r_k} = 0 \text{ (координата } r_k \text{ відповідає поверхні катода)?}$$

Закон «трьох-других» виводиться в припущенні нульових початкових швидкостей термоелектронів. Умова  $\left. \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \right|_{r=r_k} = 0$  відповідає тому, що поле на поверхні катода дорівнює нулю. Якщо б це не виконувалось, то:

а) при  $\left. \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \right|_{r=r_k} < 0$  біля катода існувало б гальмуюче поле і жоден електрон не долетів би до анода;

б) при  $\left. \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \right|_{r=r_k} > 0$  поле було б прискорюючим і всі електрони, вилітаючи з катода, долітали б до анода, що відповідає режиму насичення, а не режиму просторового заряду.

При врахуванні початкових швидкостей електронів умова  $\left. \left( \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \right|_{r=r_k} = 0$  не є обов'язковою.

**10.2.6.** Чи виконується закон «трьох-других» при дуже малих і великих анодних напругах?

Ні. Цей закон не враховує теплового розподілу швидкостей електронів. Тому при малих напругах цей закон дає занижені значення термоелектронного струму. При великих напругах закон був би точним, якби емісійна здатність катода була б

нескінченно. Оскільки це не так, то і при великих напругах закон не виконується, а спостерігається насичення струму.

**10.2.7.** У вакуумному діоді просторовий заряд розподілений за відомим законом  $\rho(r)$ . У скільки разів зміниться густина цього заряду та анодний струм  $I_a$  при збільшенні анодної напруги  $U_a$  в  $\alpha$  разів?

В режимі просторового заряду  $I_a \sim U_a^{3/2}$ . Тому анодний струм збільшиться в  $\alpha^{3/2}$  разів. Густина заряду  $\rho = \frac{j}{v}$ , де  $j$  – густина струму,  $v$  – швидкість електронів.

Оскільки  $I_a \sim j \sim U_a^{3/2}$ , а  $v \sim \sqrt{U_a}$ , то загалом  $\rho \sim U_a$ . Тобто  $\rho$  збільшиться в  $\alpha$  разів.

**10.2.8.** Катод вакуумного діода розжарюють до певної температури  $T$ , пропускаючи через нього постійний струм. Анодна напруга і анодний струм дорівнюють нулю. Як зміниться температура катода, якщо до анода прикласти напругу  $U_a > 0$ ?

За відсутності термоелектронного струму, нехтуючи теплопровідністю контактів, можна вважати, що енергія, яка виділяється в катоді у вигляді джоулевого тепла, повністю витрачається на теплове випромінювання. При  $U_a > 0$  енергія додатково буде витрачатись на емісію електронів. Якщо струм розжарювання залишити незмінним, то температура катода впаде. Це явище називається калориметричним ефектом. Він нагадує ефект зниження температури газу в адіабатно ізольованій посудині при виникненні ефузійного потоку з неї у вакуум.

**10.2.9.** Чим обумовлене існування термоелектронного струму насичення? Від яких факторів він залежить?

При великих анодних напругах всі термоелектрони, які потрапляють в область просторового заряду, захоплюються зовнішнім полем і долітають до анода. За таких напруг закон «трьох-других» перестає працювати і анодний струм досягає насичення, що обумовлюється обмеженою термоемісійною здатністю катода.

Струм насичення залежить від роботи виходу  $A$  і температури розжарювання катода  $T$ , зростаючи при зменшенні  $A$  і збільшенні  $T$ .

**10.2.10.** Поясніть, чому при збільшенні анодної напруги в області насичення анодний струм продовжує зростати (ефект Шотткі)?

Це можна пояснити зменшенням роботи виходу катода (зменшенням потенціального бар'єру, що заважає емісії електронів у вакуум) за наявності зовнішнього електричного поля, яке пропорційне анодній напрузі.

**10.2.11.** Експериментатор вимірює залежність струму насичення від анодної напруги  $I_a = f(U_a)$ . Чи можна за цією залежністю визначити роботу виходу катода?



Ні. Навіть якщо врахувати вплив ефекту Шоттки, все одно невідомою залишається величина середньої прозорості бар'єру  $\langle D \rangle$ . Дослід дозволяє лише визначити  $A_0 \langle D \rangle \exp\left\{-\frac{A}{kT}\right\}$ . Для визначення роботи виходу  $A$  необхідно виміряти кілька ВАХ діода при різних температурах розжарювання катода  $T$ .

**10.2.12.** *Експериментатор вимірює анодний струм при певному значенні анодної напруги  $U_a$ . Виявляється, що в часі значення струму коливається біля деякого середнього. За рахунок чого відбуваються флуктуації струму (дробовий ефект)?*

Елементарний акт термоемісії полягає у вильоті з катода одиничного електрона. Ці акти відбуваються незалежно один від одного. Тому виліт електронів розподілений у часі нерівномірно і за однакові інтервали часу  $\tau$  (час вимірювання анодного струму) вилітає різна кількість електронів. Ймовірність їх вильоту визначається розподілом Пуассона  $p_\tau(n) = \frac{\langle n \rangle^n \cdot e^{-\langle n \rangle}}{n!}$ , де  $n$  – число електронів, емітованих за час  $\tau$ ;  $\langle n \rangle$  – його середнє значення. Тому анодний струм зазнає флуктуацій в околі середнього значення  $\langle I_a \rangle = \frac{e \langle n \rangle}{\tau}$ .

**10.2.13.** *Якісно зобразити і пояснити розподіл потенціалу  $\varphi(x)$  між катодом та анодом плоского вакуумного діода при різних анодних напругах.*

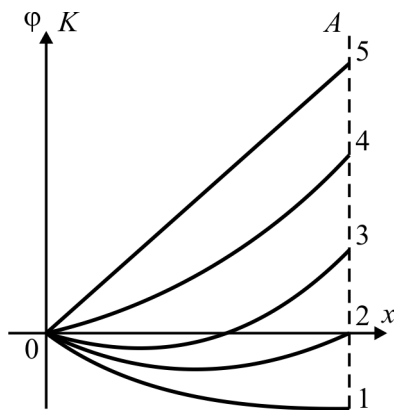


Рис. 10.4. До запитання 10.2.13

На рис. 10.4 наведено розподіл потенціалу  $\varphi(x)$  для різних значень анодної напруги  $U_a$ . За початок координат ( $x=0$ ) обрано положення катода  $K$ .

Якщо катод розжарений, а між катодом та анодом прикладено напругу  $U_a < 0$  (крива 1), то поле в усьому просторі діода є гальмуючим. З усіх електронів, що емі-

туються катодом, тільки дуже мала частка найбільш швидких електронів здатні подолати це поле і досягти анода.

При  $U_a = 0$  розподіл потенціалу  $\varphi(x)$  в діоді визначається розподілом просторового заряду (цей заряд створюється самими електронами, які перебувають в просторі між катодом та анодом), і на рис. 10.4 йому відповідає крива 2. Цей розподіл має мінімум, який розділяє області з гальмуючим та прискорюючим електричним полем. Для подолання мінімуму електрони повинні мати досить значну початкову енергію при вильоті з катода. Таких електронів мало і тому в колі анода протікає дуже малий струм.

При підключенні до анода додатної напруги  $U_a > 0$  на поле просторового заряду накладається зовнішнє поле анода і результуючий розподіл  $\varphi(x)$  матиме вигляд кривої 3 на рис. 10.4. Мінімум потенціалу при цьому зміщується в бік катода, а величина потенціального бар'єру, що заважає електронам дістатись анода, зменшується. Струм в колі анода зростає, але його величина все ще менша, ніж емісійний струм катода. Цей режим роботи діода називається режимом просторового заряду.

Крива 4 показує розподіл потенціалу в режимі насичення. В цьому режимі всі електрони, що вилетіли з катода, відразу потрапляють в прискорююче електричне поле і без перешкод досягають анода, встановлюючи в колі струм насичення.

Крива 5 відповідає значним анодним напругам, коли впливом просторового заряду на розподіл потенціалу в діоді можна взагалі знехтувати.

**10.2.14.** *Якою має бути максимальна довжина електромагнітної хвилі, щоб при опроміненні речовини, робота виходу якої  $A$ , спостерігалась фотоелектронна емісія?*

Механізм фотоелектронної емісії полягає в тому, що фотон віддає свою енергію валентному електрону в речовині, який, при виході у вакуум, витрачає її на подолання роботи виходу. Кількісно цей процес описується рівнянням Ейнштейна:

$$h\nu = \frac{m\nu^2}{2} + A.$$

Таким чином для фотоелектронної емісії частота електромагнітної хвилі повинна бути більшою, ніж  $\nu_{cp} \geq \frac{A}{h}$ , а довжина хвилі відповідно має бути меншою, ніж

$$\lambda_{cp} \leq \frac{hc}{A}.$$

**10.2.15.** *Експериментатор досліджує автоелектронну емісію в пристрої, де катодом (джерелом автоелектронів) є сферична провідна куля радіуса  $r$ , а анодом слугує концентрична провідна сфера радіуса  $R$  ( $R \gg r$ ). Між ними прикладена напруга  $U$ . Назвіть можливі способи збільшення автоелектронного струму. Якому з них краще надати перевагу?*

Величина автоелектронного струму, перш за все, визначається напруженістю поля  $\vec{E}$  біля поверхні катода (10.4). У випадку кулеподібного катода  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$ .

Різниця потенціалів між катодом та анодом дорівнює  $U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$ .

Таким чином  $E \approx \frac{U}{r}$ . Виходячи з цього, автоелектронний струм можна збільшити за рахунок збільшення різниці потенціалів  $U$  і зменшення радіуса кривини катода  $r$ .

Поля, які необхідно створити, знаходяться в межах  $10^8 \div 10^{10} \text{ В/м}$ . Припустимо, що  $r = 0,1 \text{ мм}$ ,  $U = 10^4 \text{ В}$ . Тоді  $E \approx 10^8 \text{ В/м}$ . За незмінних розмірів катода для досягнення полів  $\sim 10^{10} \text{ В/м}$  потрібно мати джерело напруги  $\sim 10^6 \text{ В}$ , що за різних причин є нереальним. Технічно значно простіше зменшити радіус кривини катода – зробити його у вигляді вістря. Сучасні технології дозволяють виготовляти вістря з радіусом кривини  $\sim 10^{-8} \text{ м}$ . Тобто навіть при значеннях напруги  $\sim 100 \text{ В}$  можна досягнути значень напруженості поля  $\sim 10^{10} \text{ В/м}$ .

**10.2.16.** Автоелектронний катод знаходиться при температурі, за якої явищем термоемісії можна знехтувати. В початковий момент часу різниця потенціалів між катодом та анодом  $U = 0$  і автоелектронний струм відсутній. Чи зміниться температура катода, якщо між ним та анодом прикласти велику напругу  $U > 0$ ? Порівняйте з термоелектронною емісією (пит. 10.2.8).

Температура катода не зміниться, оскільки емітуються в основному електрони з енергіями, близькими до енергії електрохімічного потенціалу. Тобто в цьому випадку калориметричний ефект відсутній.

**10.2.17.** Як, досліджуючи закономірності автоелектронної емісії металів, можна визначити їх роботу виходу?

Для цього потрібно виміряти залежність автоелектронного струму  $I_T$  від анодної напруги  $U_a$ . Оскільки напруженість електричного поля  $E$  біля поверхні катода пропорційна різниці потенціалів  $U_a$ , то відповідно до (10.4), за залежністю

$$\ln \left( \frac{I_T}{U_a^2} \right) = C' - \frac{a'}{U_a} A^{3/2},$$

де  $C'$  – стала, яка залежить від геометрії експерименту, роботи виходу  $A$  та хімічного потенціалу метала;  $a'$  – стала, яка залежить лише від геометрії експерименту і яку неважко розрахувати.

Для залежності  $\ln\left(\frac{I_T}{U_a^2}\right) = f\left(\frac{1}{U_a}\right)$  тангенс кута нахилу  $|\operatorname{tg}\beta| = a'A^{3/2}$ . Звідси ро-

$$\text{бота виходу } A = \left(\frac{\operatorname{tg}\beta}{a'}\right)^{2/3} = \left(\frac{\Delta \ln\left(\frac{I_T}{U_a^2}\right)}{\Delta\left(\frac{1}{U_a}\right)} \cdot \frac{1}{a'}\right)^{2/3}.$$

**10.2.18.** Як зміниться автоелектронний струм метала при збільшенні його температури?

Вираз (10.4) для автоелектронного струму металів отримано в припущенні  $T = 0$ . При  $T > 0$  відбувається теплове збудження електронів в металі. Для електронів, які збуджуються на більш високі енергетичні рівні, ширина потенціального бар'єра вужча, а прозорість бар'єра вища. Тому при зростанні температури катода автоелектронна емісія має зрости. Потрібно зауважити, що при  $T > 0$  з'являється також і термоелектронна емісія.

**10.2.19.** Яка плазма є квазінейтральною?

Плазма є квазінейтральною, якщо середня густина заряду в ній  $\langle \rho \rangle = 0$ .

**10.2.20.** В чому полягає фізичний зміст радіуса екранування Дебая? Від чого залежить його величина?

Радіус екранування Дебая характеризує зміну електростатичного поля в речовині. Він визначає відстань, на якій зовнішнє поле змінюється в речовині в  $e$  разів. Можна вважати, що на відстанях  $r > R_D$  поле в речовині відсутнє.

Радіус Дебая залежить від діелектричної проникності речовини, її температури та концентрації вільних носіїв.

**10.2.21.** Якісно поясніть залежність радіуса екранування Дебая від температури.

Розглянемо, як приклад, квазінейтральну плазму. За відсутності зовнішнього електричного поля середнє значення об'ємної густини заряду  $\langle \rho \rangle = 0$ . За наявності поля вільні заряди (іони, електрони) намагаються зайняти в просторі положення, які відповідають мінімуму їх потенціальної енергії в полі. Такий перерозподіл заряду призводить до того, що  $\langle \rho \rangle \neq 0$  (хоча загальна нейтральність плазми при цьому не порушується) і обумовлює зменшення величини зовнішнього поля в речовині за рахунок ефекту екранування. Цьому процесу заважає тепловий рух частинок, який намагається розподілити носії заряду у просторі рівномірно. Зрозуміло, що при рівномірному розташуванні носіїв у просторі ефект екранування зникає.

Таким чином, при збільшенні температури речовини радіус екранування Дебая має зростати (тобто поле проникатиме глибше у речовину).

**10.2.22.** Якісно порівняйте і поясніть відмінність залежності від відстані  $r$  потенціалу  $\varphi(r)$  точкового заряду  $q$  у вакуумі та в плазмі.

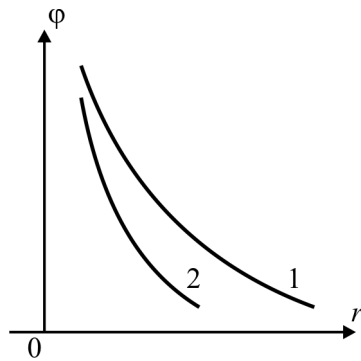


Рис. 10.5. До запитання 10.2.22

Крива 1 на рис. 10.5 відповідає залежності потенціалу точкового заряду у вакуумі  $\varphi(r) \sim \frac{1}{r}$ . Крива 2 відповідає залежності  $\varphi(r)$  у плазмі (див. приклад 10.9). В останньому випадку більш значне падіння потенціалу з відстанню пояснюється ефектом екранування.

**10.2.23.** Що таке ізотермічна та неізотермічна плазма? Чому газорозрядна плазма є неізотермічною?

Якщо на плазму не діють зовнішні електромагнітні поля, то така плазма є ізотермічною. Це означає рівність температур електронної та іонної складових плазми. За наявності зовнішніх полів температури компонент плазми змінюються по-різному. При цьому температура електронної компоненти стає вищою за температуру іонної. Така плазма називається неізотермічною, хоча умова квазінейтральності може виконуватись.

Оскільки газорозрядна плазма виникає в зовнішньому полі, то вона є неізотермічною. Це пояснюється тим, що рухливість електронів в полі (за рахунок малої маси) значно більша в порівнянні з рухливістю іонів. До того ж, при зіткненні електронів з іонами або нейтральними атомами вони втрачають значно меншу частку своєї енергії (знову ж таки за рахунок великої різниці в масах між електронами та іонами), ніж іони при тих самих зіткненнях. Тому «ефективна» температура електронів в плазмі більша за «ефективну» температуру іонів.

**10.2.24.** Іноді розрідження плазми покращує її провідність. Чому? Чи завжди це вірно?

Розрідження газів призводить до збільшення довжини вільного пробігу електронів та іонів в зовнішньому полі, тобто до збільшення їх енергії перед наступним зіткненням. Тому при зменшенні тиску газу ймовірність іонізації його атомів зростає. Це призводить до збільшення провідності плазми.

Разом з тим провідність визначається ще й концентрацією вільних носіїв заряду. Остання при зниженні тиску зменшується.

Максимальної провідності плазми можна досягнути, задовольнивши дві умови: велика концентрація вільних носіїв заряду та висока ймовірність іонізації нейтральних частинок.

### 10.3. Приклади розв'язування задач

**Приклад 10.1.** Користуючись законом Річардсона-Дешмана (10.1), обчислити термоemisійний струм циліндричного вакуумного діода. Робота виходу катода  $A = 4,5$  еВ, робоча температура катода  $T = 2000^\circ\text{K}$ , радіус анода  $r = 0,5$  см, його довжина  $l = 1$  см. Коефіцієнт прозорості потенціального бар'єра вважати рівним одиниці.

**Розв'язання.** Струм у вакуумному діоді визначається густиною струму, яку знайдемо за формулою 10.1, та площею анода  $S$ .

$$I = J_a S = A_0 T^2 \cdot \exp\left\{-\frac{A}{kT}\right\} \cdot 2\pi r l = 7 \text{ мА}.$$

**Приклад 10.2.** Є два вакуумних діода. Робота виходу катода першого діода  $A_1$ , робоча температура –  $T_1$ . Робоча температура катода другого діода  $T_2$ . Чому дорівнює робота виходу катода другого діода  $A_2$ , якщо відомо, що в області насичення густини emisійних струмів діодів однакові? Коефіцієнт прозорості потенціального бар'єра вважати рівним одиниці.

**Розв'язання.** Якщо якісно розглянути запропоновану задачу, то зрозуміло, що для досягнення певного значення густини emisійного струму, катоду з більшою роботою виходу необхідно надати більшу енергію термоелектронам, щоб вони могли подолати потенціальний бар'єр на межі «метал-вакуум».

$$\text{За законом Річардсона-Дешмана } A_0 T_1^2 \cdot \exp\left\{-\frac{A_1}{kT_1}\right\} = A_0 T_2^2 \cdot \exp\left\{-\frac{A_2}{kT_2}\right\}. \text{ Або}$$

$$2 \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{A_2}{kT_2} - \frac{A_1}{kT_1}. \text{ Звідси } A_2 = 2kT_2 \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{T_2}{T_1} A_1.$$

Тобто, якщо  $T_2 > T_1$ , то  $A_2 > A_1$ , як і припускалось на початку задачі.

**Приклад 10.3.** У скільки разів відрізняються термоemisійні струми вакуумного діода в області насичення при температурах катода  $T_1 = 2400^\circ\text{K}$  і  $T_2 = 1200^\circ\text{K}$ , якщо робота виходу катода  $A = 4,2$  еВ? Залежністю роботи виходу від температури знехтувати.

**Розв'язання.** Відношення термоemisійних струмів при заданих температурах знайдемо за допомогою закону Річардсона-Дешмана:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{T_1^2 \cdot \exp\left\{-\frac{A}{kT_1}\right\}}{T_2^2 \cdot \exp\left\{-\frac{A}{kT_2}\right\}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot \exp\left\{\frac{A}{k}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)\right\} \approx 4 \cdot e^{-20}.$$

Тобто, при збільшенні робочої температури такого катода вдвічі емісійний струм зростає майже в два мільярди разів.

**Приклад 10.4.** Як зміниться емісійний струм вольфрамового катода, робота виходу якого  $A_1 = 4,5$  еВ, якщо роботу виходу зменшити на 10%? Робоча температура катода  $T = 2000^\circ\text{K}$ .

**Розв'язання.** За умовою  $A_2 = 0,9A_1$ . Тоді відношення струмів діода

$$\frac{I_2}{I_1} = \exp\left\{\frac{A_1 - A_2}{kT}\right\} = \exp\left\{\frac{0,1A_1}{kT}\right\} \approx 13,6.$$

Тобто, при незначному зниженні роботи виходу катода його термоемісійна здатність зростає майже в 14 разів.

**Приклад 10.5.** У плоскому вакуумному діоді відстань між катодом та анодом  $d$ . Нехтуючи початковими швидкостями термоелектронів, визначити залежність густини просторового заряду електронів  $\rho(x)$ , потенціалу  $\varphi(x)$  та швидкості електронів  $v(x)$  від відстані  $x$  до катода в режимі просторового заряду. Визначити залежність анодного струму  $I_a$  від анодної напруги  $U_a$ , якщо площа електродів  $S$ . Потенціал катода прийняти рівним нулю.

**Розв'язання.** Для розв'язування задачі використаємо наступні співвідношення:

1) Рівняння Пуассона  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0}$ , де густина заряду  $\rho(x)$  електронів береться за абсолютною величиною.

2) Густина струму  $J(x) = v(x) \cdot \rho(x)$ . В стаціонарному режимі густина струму постійна і рівна  $J = \frac{I_a}{S}$ .

3) Закон збереження енергії  $\frac{mv^2}{2} = e\varphi$ , звідки  $v = \sqrt{\frac{2e\varphi}{m}}$ .

Об'єднуючи ці рівняння, отримаємо

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \beta \cdot \varphi^{-1/2}, \quad (1)$$

$$\text{де } \beta = \frac{I_a}{S\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}}.$$

Помножимо обидві частини рівняння (1) на  $\frac{d\varphi}{dx}$  і врахуємо, що

$$\frac{d\varphi}{dx} \cdot \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left( \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right) \text{ та } \varphi^{-1/2} \cdot \frac{d\varphi}{dx} = 2 \frac{d}{dx} \left( \varphi^{1/2} \right).$$

Тоді рівняння (1) набуде вигляду  $\frac{d}{dx} \left( \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right) = 4\beta \cdot \frac{d}{dx} \left( \varphi^{1/2} \right)$ .

Використаємо граничні умови  $\varphi|_{x=0} = 0$ ,  $\frac{d\varphi}{dx}|_{x=0} = 0$  (остання умова випливає з припущення нульових початкових швидкостей електронів (див. пит. 10.2.5)).

Після подвійного інтегрування отримаємо

$$\frac{4}{3} \varphi^{3/4} = 2\sqrt{\beta}x, \quad (2)$$

або це можна записати як  $\varphi(x) = B \cdot x^{4/3}$ , де  $B = \left( \frac{3}{2} \sqrt{\beta} \right)^{4/3}$ .

Тепер визначимо  $\rho(x)$  та  $v(x)$ :

$$\rho(x) = \varepsilon_0 \beta \cdot \frac{1}{\sqrt{\varphi}} = C \cdot x^{-2/3}, \quad C = \frac{\varepsilon_0 \beta}{\sqrt{B}}.$$

$$v(x) = \sqrt{\frac{2e}{m}} \cdot \sqrt{B} \cdot x^{2/3} = D \cdot x^{2/3}, \quad D = \sqrt{\frac{2eB}{m}}.$$

Підставивши в рівняння (2)  $\varphi|_{x=d} = U_a$ , отримаємо  $\frac{4}{3} U_a^{3/4} = 2\sqrt{\beta}d$ , або

$$I_a = \frac{4}{9} \frac{\varepsilon_0 S}{d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} \cdot U_a^{3/2}. \text{ Тобто отримуємо закон «трьох-других»:}$$

Таким чином, підсумовуючи:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= B \cdot x^{4/3}, & \rho(x) &= C \cdot x^{-2/3}, \\ v(x) &= D \cdot x^{2/3}, & I_a &= F \cdot U_a^{3/2}. \end{aligned}$$

**Приклад 10.6.** У плоскому вакуумному діоді, площа електродів якого  $S = 10 \text{ см}^2$ , а відстань між електродами  $d = 0,5 \text{ см}$ , при анодній напрузі  $U_a = 5000 \text{ В}$  протікає струм  $I_a = 1 \text{ А}$ . Визначити залежність об'ємної густини просторового заряду  $\rho(x)$  в залежності від відстані  $x$  до катода за умови однорідності електричного поля у діоді. Вважати початкові швидкості електронів ну-



льовими. Чи можна в даному випадку знехтувати дією поля просторового заряду на електрони?

**Розв'язання.** Скористаємось результатом попереднього прикладу:

$$\rho = \frac{I}{S} \sqrt{\frac{m}{2e\phi}}. \text{ Для однорідного поля } \phi = Ex = \frac{U_a}{d}x. \text{ Отже, } \rho(x) = \frac{I}{S} \sqrt{\frac{md}{2eU_a}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

Як бачимо при  $x \rightarrow 0$ ,  $\rho \rightarrow \infty$ , але при цьому поверхнева густина заряду  $\sigma$  залишається скінченною  $\sigma = \int_0^d \rho dx = \frac{I}{S} \sqrt{\frac{2m}{eU_a}} \cdot d \approx 2,4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2$ . Тому максимальне

значення напруженості поля просторового заряду не може перевищувати  $E_{\text{макс}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \approx 1,3 \cdot 10^4 \text{ В/м}$ . Поле ж біля електродів  $E = \frac{U_a}{d} = 10^6 \text{ В/м}$ . Отже,

$E_{\text{макс}} \ll E$  і дією просторового заряду на електрони можна знехтувати.

**Приклад 10.7.** Катод вакуумного діода розжарюють, пропускаючи через нього струм  $I_0$ . При нульовій анодній напрузі ( $U_a = 0$ ) анодний струм відсутній. Робота виходу катода  $A$ , опір  $R$ , температура  $T$ . При відборі струму ( $U_a > 0, I_a \neq 0$ ) температура катода зменшується (див. пит. 10.2.8). На скільки потрібно збільшити струм розжарювання катода, щоб при  $U_a > 0$  його температура залишалась незмінною? Теплопровідністю підвідних контактів знехтувати.

**Розв'язання.** При  $U_a = 0$  енергія, яка виділяється в катоді у вигляді джоулевого тепла, витрачається виключно на теплове випромінювання:  $I_a^2 R = S\alpha\sigma T^4$ , де  $S$  – площа поверхні катода,  $\alpha$  – поглинальна здатність матеріалу катода,  $\sigma$  – стала Стефана-Больцмана.

При  $U_a > 0$  джоулеве тепло витрачається ще й на випаровування електронів. Тому, щоб температура катода залишалась незмінною, необхідно струм розжарювання збільшити на  $\Delta I$ .

За законом збереження енергії

$$(I_0 + \Delta I)^2 R = S\alpha\sigma T^4 + q \frac{I_a}{e},$$

де  $q = A + 2kT$  – середня теплота випаровування електрона,  $2kT$  – середня кінетична енергія електронів в потоці (за умови, що термоелектрони розподіляються за енергією у відповідності до класичного розподілу),  $e$  – модуль заряду електрона.

$$\text{Оскільки } \Delta I \ll I_0, \text{ то } (I_0 + \Delta I)^2 R \approx I_0^2 R + 2I_0 \Delta I R = S\alpha\sigma T^4 + q \frac{I_a}{e}.$$

$$\text{Отже } 2I_0 \Delta I R = q \frac{I_a}{e}. \text{ Звідси } \Delta I = \frac{(A + 2kT)I_a}{2I_0 R e}.$$

**Приклад 10.8.** Ізольована провідна куля радіуса  $R$  у вакуумі опромінюється фотонами з енергією  $h\nu$ . До якого максимального потенціалу  $\varphi_{\max}$  зарядиться куля, якщо її робота виходу  $A$  ( $A < h\nu$ )? Чому буде дорівнювати відповідний заряд кулі  $q_{\max}$ ?

**Розв'язання.** При опроміненні фотонами куля внаслідок явища фотоелектру починає заряджатися позитивно. При цьому виникає гальмуюче фотоелектронне поле  $E$ .  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'}{r^2}$ , де  $q'$  – миттєве значення заряду кулі.

Кінетична енергія електронів  $\frac{mv^2}{2} = h\nu - A - e\varphi$ , де  $\varphi$  – потенціал кулі. За умови  $h\nu - A = e\varphi_{\max}$  фотоелектрони не зможуть подолати гальмуюче електричне поле, оскільки їх кінетична енергія дорівнюватиме нулю. Таким чином ця умова визначає максимальний потенціал кулі  $\varphi_{\max}$ , до якого її можна зарядити:  $\varphi_{\max} = \frac{h\nu - A}{e}$ . Заряд кулі  $q_{\max} = 4\pi\epsilon_0 R \cdot \varphi_{\max} = \frac{4\pi\epsilon_0 R (h\nu - A)}{e}$ .

**Приклад 10.9.** Визначити залежність  $\varphi(\vec{r})$  потенціалу точкового позитивного заряду  $q$  при зануренні його у квазінейтральну плазму. Температура середовища  $T$ , концентрація електронів і однозарядних іонів у незбуреній плазмі  $n_0$ . Діелектричну проникність плазми прийняти рівною одиниці.

**Розв'язання.** За відсутності сторонніх зарядів (полів) концентрація електронів  $n_0^e$  та іонів  $n_0^i$  у плазмі однакові:  $n_0^e = n_0^i = n_0$ , а об'ємна густина заряду  $\rho_0 = \rho_0^e + \rho_0^i = e(n_0^i - n_0^e) = 0$ , де  $e$  – значення модуля заряду електрона.

При внесенні в плазму стороннього позитивного заряду вона збурюється – змінюється у просторі розподіл іонів та електронів: іони намагаються віддалитись від стороннього заряду, а електрони навпаки – наблизитись. При цьому середнє значення густини заряду вже не дорівнює нулю.

Для розв'язання задачі скористаємось рівнянням Пуассона  $\nabla^2\varphi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ , де

$$\rho = \rho_e + \rho_i = e(n_i - n_e).$$

Будемо вважати, що електрони та іони розподіляються у полі заряду  $q$  за розподілом Больцмана:

$$n_i = n_0^i \cdot \exp\left\{-\frac{e\varphi}{kT}\right\}; \quad n_e = n_0^e \cdot \exp\left\{\frac{e\varphi}{kT}\right\}.$$

Отже матимемо  $\nabla^2\varphi = -\frac{en_0}{\varepsilon_0} \left( e^{-\frac{e\varphi}{kT}} - e^{\frac{e\varphi}{kT}} \right)$ .

Обмежимося випадком  $\frac{e\varphi}{kT} \ll 1$  – слабке зовнішнє поле, високі температури. Розкладаючи експоненти в ряд Тейлора, обмежимося двома першими членами ряду:

$$n_i \approx n_0 \left( 1 - \frac{e\varphi}{kT} \right), \quad n_e \approx n_0 \left( 1 + \frac{e\varphi}{kT} \right).$$

З огляду на сферичну симетрію задачі

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\varphi}{dr} \right) = \frac{2e^2 n_0}{\varepsilon_0 kT} \cdot \varphi. \quad (1)$$

Розв'язком цього рівняння буде  $\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} e^{-r/R_D}$ , де  $R_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT}{2e^2 n_0}}$  називають радіусом екранування Дебая.

Зауважимо, що розв'язком рівняння (1) є також  $\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} e^{r/R_D}$ , але такий розв'язок не має фізичного змісту, оскільки при  $r \rightarrow \infty$  він дає, що  $\varphi \rightarrow \infty$ .

**Приклад 10.10.** Користуючись результатом попередньої задачі, оцініть на яку глибину проникає електростатичне поле в одновалентний провідник, масова густина якого  $\rho = 5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , молярна маса  $M = 50 \text{ г/моль}$ .

**Розв'язання.** Глибина, на яку проникає поле в речовину, приблизно дорівнює радіусу екранування Дебая  $R_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 kT}{2e^2 n_0}}$ . Зробимо оцінку цієї величини для кімнатної температури  $T = 300^\circ\text{К}$ . Концентрація вільних електронів в провіднику  $n_0$  дорівнює концентрації атомів у ньому. Тобто  $n_0 = \frac{\rho}{M} N_a \approx 6 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ , де  $N_a$  – число Авогадро. Відповідний радіус Дебая  $R_D \sim 10^{-12} \text{ м}$ , що значно менше, ніж розмір атома. З цієї причини можна вважати, що електростатичне поле відсутнє всередині провідників.

Потрібно зауважити, що в металах вільні електрони підпорядковуються розподілу Фермі-Дірака. Тому величину  $kT$  у формулі для радіуса Дебая потрібно замінити на енергію Фермі. Оцінки показують, що в цьому випадку  $R_D \sim 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ , що приблизно відповідає радіусу першої борівської орбіти в атомі водню. Тобто заряди в металі розподіляються не на самій поверхні провідника, а в приповерхневому шарі товщиною  $\sim 10^{-10} \text{ м}$ .

**Приклад 10.11.** Простір між обкладками плоского конденсатора, відстань між якими  $d$ , заповнено газом (рис. 10.6). До обкладок прикладена напруга. Одна з обкладок конденсатора щосекунди емітує  $v_0$  електронів, які, рухаючись в електричному полі, іонізують молекули газу. На одиниці довжини шляху кожен з електронів викликає появу  $\alpha$  нових електронів та іонів. Нехтуючи іонізацією молекул газу іонами, визначити електронний струм поблизу протилежної обкладки конденсатора.

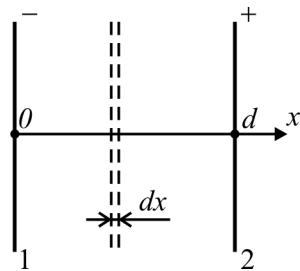


Рис. 10.6. До прикладу 10.11

**Розв'язання.** Виділимо в проміжку між обкладками шар товщиною  $dx$ . Нехай щосекунди в цей шар влітає  $n$  електронів. Кількість електронів (іонів), які вони створять у прошарку, дорівнює  $dn = \alpha n \cdot dx$ . Звідси, після інтегрування, отримуємо  $n = C \cdot e^{\alpha x}$ . Стала  $C$  визначимо з граничних умов: при  $x = 0$   $n = v_0$ . Остаточно  $n = v_0 e^{\alpha x}$ .

Електронний струм поблизу протилежної обкладки ( $x = d$ ) дорівнює  $I = e \cdot n|_{x=d} = e \cdot v_0 e^{\alpha d}$ , де  $e$  – модуль заряду електрона.

**Приклад 10.12.** Тривалодіючий іонізатор створює за одиницю часу в одиниці об'єму газу число пар іонів  $q$ . Далі його вимикають. Вважаючи, що єдиним процесом втрати іонів в газі є рекомбінація з коефіцієнтом рекомбінації  $\alpha$ , визначити час після вимкнення іонізатора, за який концентрація іонів зменшиться в  $\eta$  разів.

**Розв'язання.** До вимкнення іонізатора можна вважати, що система знаходиться в стані рівноваги, коли число молекул, що іонізуються, компенсує число іонів, що рекомбінують (за одиницю часу). Втратами іонів за рахунок дифузії чи протікання струму знехтуємо.

До встановлення рівноваги зміна числа іонів за одиницю часу в одиниці об'єму визначалась як  $\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2$  ( $n^2$  – оскільки рекомбінація відбувається при зустрічі іонів з різними знаками і число таких зустрічей пропорційне добутку їх концентрацій).

При рівновазі  $\frac{dn}{dt} = 0$ , тому на момент вимкнення іонізатора концентрація іонів

$$n = n_0 = \sqrt{\frac{q}{\alpha}}.$$

Після вимкнення іонізатора  $\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2$ . Розв'язком рівняння буде  $n = \frac{n_0}{1 + \alpha n_0 t}$ .

За умовою  $\eta = \frac{n_0}{n} = \alpha n_0 t + 1$ . Остаточно  $t = \frac{\eta - 1}{\alpha n_0} = \frac{\eta - 1}{\sqrt{\alpha q}}$ .

**Приклад 10.13.** Газ іонізують безпосередньо поблизу поверхні плоского електрода 1 (рис. 10.7), який знаходиться на відстані  $d$  від електрода 2. Між електродами прикладають змінну напругу  $U = U_0 \sin \omega t$ . Змінюючи частоту  $\omega$  виявили, що гальванометр  $\Gamma$  реєструє струм тільки при  $\omega \leq \omega_0$ . Визначити рухливість  $\mu$  іонів, які досягають за цих умов другого електрода.

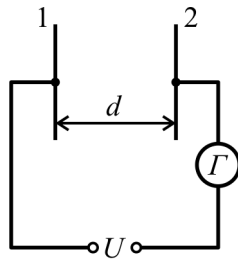


Рис. 10.7. До прикладу 10.13

**Розв'язання.** Вважатимемо, що на іони діє тільки зовнішнє поле  $E = \frac{U}{d} = \frac{U_0 \sin \omega t}{d}$ . При цьому ми нехтуємо полем, яке створюється самими іонами.

За умовою максимальна частота, за якої іони досягають другого катода, дорівнює  $\omega_0$ . При більших частотах іони під дією зовнішнього поля коливаються в міжелектродному проміжку, не досягаючи другого електрода.

За визначенням  $v = \mu E$ . Запишемо вираз для шляху, який проходять іони за час

$$t: x = \int_0^t v dt = \int_0^t \frac{\mu U_0 \sin \omega t}{d} dt = \frac{\mu U_0}{\omega d} (1 - \cos \omega t).$$

Іон рухається в напрямку одного електрода на протязі часу  $t = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$ . При  $x = d$

$$\text{і } \omega = \omega_0 \quad d = \frac{2\mu U_0}{\omega_0 d}. \quad \text{Звідси } \mu = \frac{\omega_0 d^2}{2U_0}.$$

**Приклад 10.14.** Плазма складається з електронів та важких іонів. Число електронів та іонів в одиниці об'єму однакове і дорівнює  $n_0$ . В шарі плазми всім

електронам надали однакової швидкості  $v$  в напрямку, перпендикулярному до шару. Оцінити частоту коливань  $\omega_p$  електронного стовпчика.

**Розв'язання.** Плазму можна розглядати як систему, що складається з двох підсистем: швидкої (електрони) і повільної (іони). Це дозволяє припустити, що при напрямленому русі електронів іони внаслідок інерції не змінюють свого положення в просторі. Тому через час  $t \sim 1/v$  частина іонів та електронів утворюють на границях шару заряджені області (рис. 10.8), електричне поле яких збуджує гармонічні коливання електронного газу (в першому наближенні ми нехтуємо силами тертя, які виникають, наприклад, внаслідок зіткнень іонів та електронів).

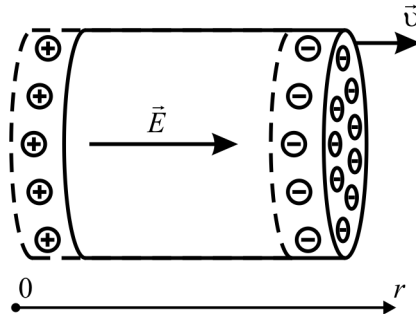


Рис. 10.8. До прикладу 10.14

Наближено величина електричного поля  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$  (за аналогією поля в плоскому конденсаторі), де  $\sigma \approx enr$ . Це поле створює повертаючу силу, яка примушує електрони коливатись. Рівняння руху електронів матиме вигляд  $m\ddot{r} + \frac{e^2 n}{\epsilon_0} r = 0$ , звідки

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 n}{\epsilon_0 m}, \text{ або } \omega_p = \sqrt{\frac{e^2 n}{\epsilon_0 m}}.$$

Частота  $\omega_p$  носить назву ленгмюрівської частоти.

**Приклад 10.15.** Електрон під дією зовнішнього електричного поля напруженості  $E = 10^6 \text{ В/м}$  рухається в розрідженому азоті. Енергія іонізації молекул азоту  $W_i = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$ . Оцінити величину максимального тиску азоту, при якому ще буде відбуватись іонізація газу. Температура газу  $T = 300^\circ\text{К}$ .

**Розв'язання.** В середньому між двома послідовними зіткненнями з молекулами  $N_2$  електрон проходить шлях, який дорівнює довжині вільного пробігу  $\lambda$ . На цьому шляху електрон від зовнішнього поля отримує енергію  $W = eE\lambda$ . При виконанні умови  $W \geq W_i$  відбудеться іонізація азоту. Тому, щоб набути такої енергії, електрон має пройти шлях  $l \geq \lambda = \frac{W_i}{eE}$ . З іншого боку,  $\lambda = \frac{1}{n\sigma}$ , де  $n$  – концентрація

молекул азоту,  $\sigma$  – переріз іонізації молекули  $N_2$ . Прийmemo переріз іонізації рівним  $\pi r^2$ , де  $r$  – радіус молекули азоту (довідникові дані). Скористаємось рівнянням Клапейрона:  $P = nkT$ . Тоді  $\lambda = \frac{kT}{\pi r^2 P}$ . Звідси отримуємо, що тиск  $P$  має бути

$$P \leq \frac{kT \cdot eE}{\pi r^2 W_i} \sim 10^4 \text{ Па} .$$

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. – М., 1983. – Т.3. – 688 с.
2. *Матвеев А.Н.* Электричество и магнетизм. – М., 1985. – 463 с.
3. *Гуменюк А.Ф.* Електрика та магнетизм. – Київ, 2008. – 512 с.
4. *Киттель Ч.* Введение в физику твердого тела. – М., 1978. – 792 с.
5. *Ашкрофт Н., Мермин Н.* Физика твердого тела. – М., 1979. – Т.1. – 399 с.
6. *Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В.* Эмиссионная электроника. – М., 1966. – 564 с.
7. *Ситенко О.Г., Мальцев В.М.* Основы теории плазмы. – Київ, 1994. – 374 с.
8. *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике. – М., 1988. – 416 с.
9. *Стецюк В.М., Харченко Н.П.* Електрика і магнетизм в задачах. – Київ, 2005. – 200 с.



## **ЗМІСТ**

<b>10. Елементи емісійної електроніки та фізики газового розряду.....</b>	<b>3</b>
10.1. Короткі теоретичні відомості.....	3
10.2. Запитання та відповіді.....	5
10.3. Приклади розв'язування задач.....	14
<b>Список рекомендованої літератури.....</b>	<b>24</b>