

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Радіофізичний факультет

С.М.Гойса, Л.В.Іщук, Г.С.Фелінський

**Методичні вказівки до лабораторних робіт циклу
“Коливання і хвилі”**

**Видавнича лабораторія радіофізичного факультету
Київського університету імені Тараса Шевченка**

Київ 2015

УДК 539.18 (075.8)
ББК 22.383я73

Рецензент
д-р фіз.-мат. наук, проф. Ю.С.Жаркіх

*Рекомендовано до друку вченою радою радіофізичного факультету
(протокол № 8 від 15 квітня 2013 року)*

Методичні вказівки до лабораторних робіт циклу “Коливання і хвилі” / С.М. Гойса, Л.В. Іщук, Г.С.Фелінський. – К. : Видавнича лабораторія радіофізичного факультету Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2015. – 34с.

Методичні вказівки до лабораторних робіт “Коливання і хвилі” містять 5 робіт. Робота 1 присвячена вивченню параметрів затухаючих коливань у коливному контурі. В роботі 2 студенти знайомляться із вимушеними коливаннями та явищем резонансу. Робота 3 містить дослідження основних властивостей електромагнітного випромінювання: дифракції, поляризації, відбиття. Опануванню трьох різних методів визначення швидкості звуку в повітрі присвячена робота 4. Робота 5 містить дві незалежні частини, присвячені Фур’є-аналізу сигналів різної форми.

В кожній роботі сформульована мета роботи, викладені теоретичні відомості, необхідні для виконання роботи, описані експериментальні установки та методики вимірювань, наведені завдання, контрольні запитання та рекомендована література. Виконання вказаних лабораторних робіт має сприяти більш глибокому розумінню коливних процесів у фізиці.

Для студентів фізичних та радіофізичних спеціальностей університетів.

УДК 539.18(075.8)
ББК 22.383я73

© Гойса С.М., Іщук Л.В., Фелінський Г.С., 2015
© Видавнича лабораторія радіофізичного факультету
Київського університету імені Тараса Шевченка

ПЕРЕДМОВА

Світ, що нас оточує наповнений рухомими об'єктами. Надзвичайно важливим класом руху є фінітний (обмежений) рух об'єкта поблизу від його положення рівноваги, який реалізується у вигляді коливного процесу. Зауважимо, що під рухом ми розуміємо не тільки його найпростішу форму — зміну положення об'єкта в просторі, — але й будь-яку зміну з часом властивостей матерії, яка розподілена у просторі. До коливань відносять процеси, які повторюються (або приблизно повторюються) у часі.

Довільну систему, коливання якої ми досліджуємо, можна охарактеризувати певною фізичною величиною та її відхиленням $f(x, y, z, t)$ від рівноважного значення, що залежить від координат та часу. В залежності від фізичної природи коливального процесу розрізняють: механічні, електричні, електромеханічні, електромагнітні коливання тощо.

У випадку механічних систем до рухомих об'єктів відносяться точкові маси або фізично малі елементи об'єму матеріального середовища (рідини, газу, твердого тіла, тощо). Тому при описанні коливань таких систем функція $f(x, y, z, t)$ може характеризувати зміщення (лінійне чи кутове), швидкість, прискорення, деформацію, кінетичну чи потенціальну енергію, тиск, тощо.

При коливаннях в електричних системах величиною, що коливається може бути струм у ланцюзі, заряд на пластинах конденсатора коливного контуру, напруга на котушці індуктивності. У випадку відкритого коливного контуру в оточуючому просторі коливаються електричне $E(x, y, z, t)$ та магнітне $B(x, y, z, t)$ поля.

Коливання можуть бути результатом короточасного зовнішнього збудження. Тоді вони називаються вільними, або власними. Такі коливання відбуваються на частотах, що обумовлені виключно конструктивними особливостями системи — власних частотах, і тривають протягом деякого характерного часу — часу затухання, який залежить від дисипації енергії в системі.

Для підтримання незгасаючих коливань до системи треба безперервно підводити енергію від зовнішнього джерела. В цьому випадку коливання будуть вимушеними. В залежності від способу підтримання незгасаючих коливань розрізняють вимушені коливання під дією періодичної сили, автоколивання, параметричні коливання, релаксаційні коливання та інші.

Метою даного циклу лабораторних робіт є вивчення базових закономірностей коливних процесів та особливостей розповсюдження акустичних і електромагнітних хвиль. Оскільки вигляд диференціальних рівнянь, які описують коливання різних фізичних величин, не залежить від їх природи, то дослідження фундаментальних закономірностей коливних процесів проводиться на прикладі електричних коливань та імпульсних послідовностей. Практичне засвоєння елементів Фур'є аналізу розглядається як вступ до оволодіння методами дослідження спектральних характеристик радіосигналів.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

ВИВЧЕННЯ ЗАТУХАЮЧИХ КОЛИВАНЬ

Мета роботи: вивчення закономірностей затухаючих коливань на прикладі електричних коливань у коливному контурі; порівняння експериментально визначених і теоретично обчислених характеристик затухаючих коливань.

Прилади: генератор прямокутних імпульсів, осцилограф, магазин ємностей, магазин індуктивностей, магазин опорів.

Завдання:

1. Виміряти логарифмічний декремент затухання δ , період затухаючих коливань T , час релаксації τ і добротність Q для трьох коливних контурів (за вказівкою викладача).

2. Дослідити залежність логарифмічного декременту затухання δ від ємності C (при сталих індуктивності L і опорі R). Побудувати графік функції $\delta = f(\sqrt{C})$ і за тангенсом кута нахилу прямої визначити R_0 – омичний опір контуру при виведеному на нуль магазині опорів.

3. Вивчити залежність критичного опору $R_{кр}$ від L або C (за вказівкою викладача).

4. Користуючись відповідними формулами, обчислити для обраних значень L , C і R період затухаючих коливань, логарифмічний декремент затухання, критичний опір та добротність коливного контуру.

5. Порівняти експериментальні результати з обчисленими в пункті 5 завдання і зробити висновки.

6. Визначити похибки вимірів.

Короткі теоретичні відомості

Затухаючі коливання матеріальної точки масою m , підвішеної на пружині, пружність якої k , описуються рівнянням

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (1.1)$$

де x , \dot{x} , \ddot{x} – відповідно зміщення, швидкість і прискорення матеріальної точки відносно стану рівноваги, β – коефіцієнт затухання, $\omega_0^2 = k/m$ – циклічна частота, яка відповідає частоті власних коливань системи за відсутності загасання. Якщо $\omega_0^2 > \beta^2$, то розв'язком рівняння (1.1) буде

$$x = x_0 e^{-\beta t} \cos \omega t,$$

де x_0 – початкова амплітуда коливань в момент часу $t = 0$, а $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклічна частота затухаючих коливань.

Відомо, що вигляд рівнянь, які описують коливання різних фізичних величин, не залежить від їх природи. Конкретизуємо вигляд рівняння, яке описує коливання електричних величин, наприклад, заряду q на конденсаторі в реальному електричному коливному контурі, що складається з ємності C ,

індуктивності L та омичного опору R за відсутності зовнішніх джерел напруги або струму (рис. 1.1).

За другим правилом Кірхгофа, для кожного моменту часу сума спадів напруг у контурі дорівнює сумі діючих у ньому електрорушійних сил

$$U_C + iR = \varepsilon_i, \quad (1.2)$$

де U_C – спад напруги на ємності, i – струм у колі, $\varepsilon_i = -Ldi/dt = -L\dot{q}$ – електрорушійна сила індукції, q – величина заряду на конденсаторі.

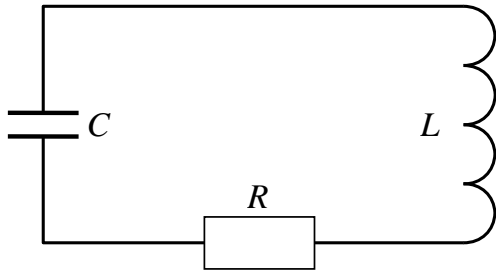


Рис.1.1

Підставивши у (1.2) значення ε_i , а також $U_C = q/C$, $i = dq/dt$, та розділивши обидві частини рівняння (1.2) на L , одержимо рівняння зміни заряду у коливному контурі

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0. \quad (1.3)$$

Якщо ввести позначення $2\beta = R/L$, $\omega_0^2 = 1/LC$, то рівняння (1.3) матиме вигляд, аналогічний рівнянню (1.1)

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2q = 0, \quad (1.4)$$

а розв'язком його за умови $\omega_0^2 > \beta^2$ є $q = q_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$, де q_0 – початковий заряд, наданий конденсатору, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, ω_0 – власна частота коливань контуру. За тим самим законом змінюється і напруга на конденсаторі $U_C = U_0 e^{-\beta t} \cos \omega t$ (U_0 – початкове амплітудне значення напруги).

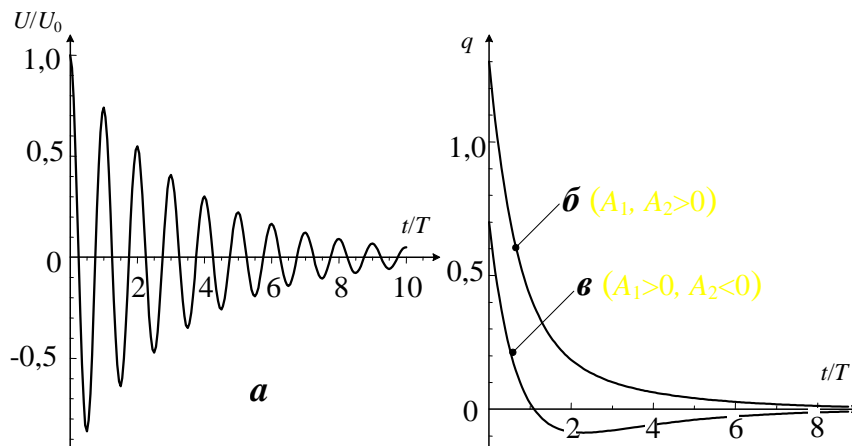


Рис.1.2

Таким чином, якщо коливний контур збудити (надати заряд q_0 конденсатору), то за умови $\omega_0^2 > \beta^2$ у ньому виникнуть коливання, які затухатимуть з часом (рис.1.2, крива а).

Порівнюючи рівняння (1.4) та (1.1), можна дійти висновку, що у коливному контурі при електричних коливаннях:

- індуктивність L аналогічна масі тіла m при механічних коливаннях;
- величина $1/C$ відповідає коефіцієнту пружності k ;
- омичний опір R аналогічний опору зовнішнього середовища.

Однією з основних характеристик затухаючих коливань є *логарифмічний декремент затухання* δ , який вводиться як натуральний логарифм відношення попередньої амплітуди коливання до наступної

$$\delta = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}}. \quad (1.5)$$

Іншою важливою характеристикою коливного процесу у контурі є *період затухаючих коливань* T .

Час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в e разів, називається *часом релаксації* τ .

Важливою особливістю коливної системи є *добротність* Q , яка дорівнює добутку числа коливань N , що відбуваються за час, протягом якого амплітуда коливань зменшується в число e разів (тобто за час релаксації), помноженому на число π

$$Q = \pi N. \quad (1.6)$$

Названі вище характеристики пов'язані між собою співвідношеннями

$$Q = \beta T, \quad Q = \pi/\delta, \quad \tau\beta = 1 \quad (1.7)$$

і залежать від параметрів контуру

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}, \quad (1.8)$$

$$\delta = \frac{\pi R}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}. \quad (1.9)$$

За умови $\beta^2 \ll \omega_0^2$ рівняння (1.8) і (1.9) набувають вигляду

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (1.10)$$

$$\delta = \pi R\sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (1.11)$$

При $\beta^2 > \omega_0^2$ рівняння (1.4) має дійсний розв'язок

$$q = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t}, \quad (1.12)$$

де A_1, A_2 – довільні сталі величини, що залежать тільки від початкових умов при виникненні коливань і можуть мати як однакові, так і протилежні знаки. Величини α_1 і α_2 повністю визначаються параметрами коливної системи:

$$\alpha_1 = \beta + \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}, \quad \alpha_2 = \beta - \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}.$$

Процес, що описується виразом (1.12), називається *апериодичним*. Графік апериодичного процесу наведений на рис.1.2б,в

- при однакових знаках A_1, A_2 кривою б,
- при різних знаках A_1, A_2 кривою в.

Значення омичного опору $R_{кр}$, при якому відбувається перехід від коливного процесу до апериодичного, називається *критичним* і знаходиться із співвідношення $\beta^2 = \omega_0^2$, тобто

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (1.13)$$

Опис установки для вимірювань

Принципова схема, що дозволяє вивчати згасаючі коливання в електричному контурі, подана на рис.1.3. Тут R , L і C – послідовно з'єднані магазини опорів, індуктивностей і ємностей відповідно, ГП – генератор імпульсів електричної напруги прямокутної форми (або генератор прямокутних імпульсів), ОС – осцилограф.

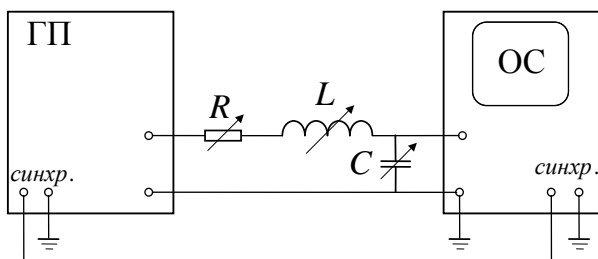


Рис.1.3

На виході генератора прямокутних імпульсів ГП періодично, через певні проміжки часу, виникає постійна напруга, і це приводить до зарядки конденсатора C коливного контуру. У проміжках часу, коли на виході напруги немає, конденсатор починає розряджатися, і у контурі виникають згасаючі електричні коливання. Спостерігати коливання напруги (а

значить і заряду на конденсаторі) дозволяє осцилограф ОС, на вхід якого подається напруга з конденсатора коливного контуру. Для отримання стабільної картини коливань синхронізуються момент початку відсутності напруги на виході генератора і початок розгортки сигналу осцилографа.

Вказівки до виконання роботи

1. Ознайомтесь з описами приладів і правилами роботи з ними.
2. Зберіть установку для вимірів згідно рис.1.3. Підключіть осцилограф і генератор прямокутних імпульсів до електричної мережі. Коли на екрані з'явиться картина згасаючих коливань, підберіть амплітуду напруги на виході генератора і підсилення осцилографа так, щоб картина на екрані осцилографа займала його центральну частину.

3. Змінюючи частоту розгортки осцилографа і частоту повторень прямокутних імпульсів генератора, отримайте стійку картину на екрані осцилографа. Для цього треба подавати на осцилограф синхронізуючий імпульс від генератора прямокутних імпульсів.

4. Визначте δ , T , τ і Q контуру, що має максимальну добротність. Для цього, встановивши

- значення $L = 80 \dots 100$ мГн,
- значення $C \sim 1 \dots 4$ пФ,

виводять на нульове значення магазин опорів. При виведеному магазині опорів контур матиме опір R_0 , який складається з опору провідників схеми, опору котушок індуктивності та внутрішнього опору генератора.

Для зменшення похибки вимірювання значень логарифмічного декременту затухання δ за умови малого коефіцієнта затухання вимірюють у довільних одиницях (наприклад, в поділках шкали екрана осцилографа) амплітуди несуміжних коливань, наприклад, n -го і m -го, і знаходять δ як

$$\delta = \frac{1}{n-m} \ln \frac{A_m}{A_n}. \quad (1.14)$$

Період затухаючих коливань вимірюють (в залежності від типу осцилографа), користуючись мітками часу або застосовуючи калібровані значення розгортки електронного променя.

Поміркуйте, як експериментально визначити час релаксації та добротність.

Для визначення δ , T , τ і Q виміри необхідно проробити не менше 5 разів і усереднити їх значення.

Такі самі виміри зробіть і для контуру, в якому затухання коливань значне (добротність мала). Для цього, залишивши попередні значення L і C , введіть у контур опір $R \sim 200 \dots 500$ Ом. Аналогічні виміри виконайте і для контуру з проміжною добротністю.

Усереднені значення δ , T , τ і Q порівняйте із розрахунковими.

5. Після проведення вказаних вимірів перейдіть до дослідження $\delta = f(C)$. Для цього потрібно визначити R_0 . З цією метою магазин опорів виведіть на нульове значення і, змінюючи ємність, знайдіть для кожного значення C величину δ . Оскільки потім потрібно за даними вимірів побудувати графік, а згідно (1.11) його можна побудувати в координатах $\delta = f(\sqrt{C})$, слід мати 7-9 експериментальних точок.

Побудувавши графік $\delta = f(\sqrt{C})$ і провівши пряму через експериментальні точки (для цього можна користуватися методом найменших квадратів або методом парних точок), за тангенсом кута нахилу, що дорівнює

$$\frac{\Delta\delta}{\Delta(\sqrt{C})} = \frac{\pi R_0}{\sqrt{L}},$$

знайдіть R_0 .

6. Визначте залежність критичного опору $R_{кр}$ від L чи C за вказівкою викладача. Для цього, для кожного значення L або C , знайдіть залежність

коефіцієнта затухання β від опору $R_{\text{маг}}$, що набраний на магазині опорів, потім побудуйте сімейство прямих $\beta = \beta_0 + bR_{\text{маг}}$. Екстраполюючи кожен з них до перетину з прямою $\beta = \omega_0$, знайдіть значення критичних опорів коливного контуру при різних L або C .

Для перевірки формули (1.13) побудуйте графік залежності $R_{\text{кр}}$ від \sqrt{L} чи $1/\sqrt{C}$.

Подумайте, як за залежностями $R_{\text{кр}} = f(\sqrt{L})$ або $R_{\text{кр}} = f(1/\sqrt{C})$ можна визначити R_0 . Такий спосіб визначення R_0 буде більш наочним.

7. Обчисливши похибки здобутих експериментальних величин δ , T , τ , Q , R_0 , $R_{\text{кр}}$, ці ж величини розраховують за теоретичними формулами.

Для зручності порівняння виміряні і обчислені значення фізичних величин зводять у таблицю.

8. Заключний етап роботи – проведення аналізу результатів вимірів. У даній роботі він полягає у порівнянні експериментальних результатів з теоретично обчисленими. Якщо експериментально одержані і теоретично обчислені результати не співпадають, аналізують можливі систематичні похибки. Результати аналізу складають зміст висновків, якими має завершуватися звіт про виконану роботу.

Контрольні запитання

1. Поясніть причину затухання коливань у коливному контурі.
2. Як вводиться коефіцієнт затухання? Його фізичний зміст?
3. Запишіть рівняння коливань заряду на ємності у коливному контурі з урахуванням затухання. Проаналізуйте його розв'язки у залежності від співвідношення між власною частотою контуру і коефіцієнтом затухання.
4. Дайте визначення основним характеристикам затухаючих коливань. У яких одиницях вони вимірюються?
5. Поясніть, як з експериментальних даних можна визначити опір R_0 .
6. Поясніть фізичний зміст критичного опору $R_{\text{кр}}$.
7. Як залежить частота затухаючих коливань від R (або L , або C)?

Література

1. Калашников С.Г. Електрика. – К., Рад. Школа, 1964. – с.491-503.
2. Портис А. Физическая лаборатория. – М., Наука, 1972. – с.55-64, 66-71.
3. Стрелков С.П. Механика. – М., Наука, 1965. – с.432-437.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

ВИВЧЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ

Мета роботи: вивчення закономірностей вимушених коливань на прикладі вимушених електричних коливань у коливному контурі.

Прилади: генератор звукових коливань, осцилограф, магазин ємностей, магазин індуктивностей, магазин опорів, частотомір.

Завдання:

1. У контурі з певними значеннями ємності C та індуктивності L і при трьох різних значеннях опору R виміряти залежність амплітуди коливань заряду на конденсаторі від циклічної частоти ω вимушуючої сили (напруги генератора). Побудувати амплітудно-частотні характеристики (АЧХ), тобто графіки $q = f(\omega)$.

2. Користуючись одержаними резонансними кривими, визначити резонансну частоту ω_p і добротність коливного контуру Q при обраних параметрах L , C і R .

3. Дослідити залежність зсуву фаз між напругою на конденсаторі і зовнішньою напругою для тих самих значень L , C і R , що і при вимірах $q = f(\omega)$, побудувати фазово-частотні характеристики (ФЧХ), тобто графік залежності зсуву фаз від частоти $\varphi = \varphi(\omega)$.

4. Експериментальні дані та результати обчислення АЧХ і ФЧХ занести у таблицю 2.1.

5. Із АЧХ за відсутності опору магазину опорів визначте перехідний опір R_0 (опір провідників, клем, тощо).

6. Обчислити значення резонансних частот ω_p і добротність коливного контуру Q при обраних параметрах L , C і R і порівняти їх з експериментально знайденими величинами.

7. Оцінити похибки визначення експериментальних значень резонансних частот ω_p і добротності коливного контуру Q .

8. Результати розрахунку значень резонансних частот ω_p і добротності Q та похибки їх вимірювань занести до таблиці 2.2.

Короткі теоретичні відомості

Рівняння, що описує вимушені механічні коливання матеріальної точки масою m , підвішеної на пружині, пружність якої k , описується рівнянням

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = A_0 \cos \omega t, \quad (2.1)$$

де x , $\dot{x} = dx/dt$, $\ddot{x} = d^2x/dt^2$ – відповідно зміщення, швидкість і прискорення матеріальної точки, $\beta = r/2m$ – коефіцієнт затухання, r – характеризує силу

опору точки, яка коливається, ω_0 – власна частота коливань, $\omega_0^2 = k/m$, k – характеризує силу, що повертає точку до положення рівноваги; A_0 і ω – відповідно амплітуда і частота вимушуючої сили.

Вимушені коливання в електричному контурі можна одержати, якщо до нього підключити генератор сигналів, наприклад, звуковий генератор ЗГ на рис.2.1.

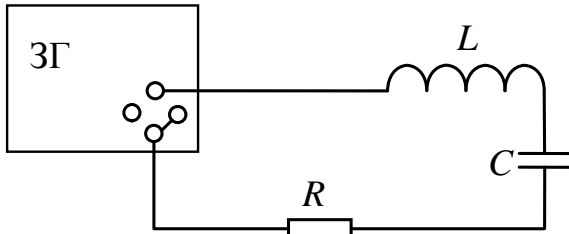


Рис.2.1

Рівняння, що описує коливання заряду $q = q_0 \cos \omega t$ (чи напруги $U = U_0 \cos \omega t$) на конденсаторі C , де q_0 – амплітуда коливань заряду на конденсаторі, U_0 – амплітудне значення зовнішньої напруги на коливному контурі, $\omega = 2\pi f$ – циклічна (або кругова)

частота генератора, f – його лінійна частота, що вимірюється безпосередньо частотоміром, має вигляд, аналогічний (2.1)

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_0}{L} \cos \omega t, \quad (2.2)$$

де $\beta = R/2L$ – коефіцієнт згасання, ω_0 – власна частота коливного контуру, що пов'язана з його параметрами як $\omega_0^2 = 1/LC$.

Розв'язком рівняння (2.2) буде $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi)$. Підставивши похідні від заряду до рівняння (2.2), отримаємо

$$(\omega_0^2 - \omega^2) q_0 \cos(\omega t + \varphi) - 2\beta\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi) = \frac{U_0}{L} \cos \omega t. \quad (2.3)$$

Рівняння (2.3) повинно справджуватись при будь-яких значеннях t . Розкриваючи суми $\cos(\omega t + \varphi)$ і $\sin(\omega t + \varphi)$ та прирівнюючи коефіцієнти при $\cos \omega t$ і $\sin \omega t$, отримуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} (\omega_0^2 - \omega^2) q_0 \cos \varphi - 2\omega\beta q_0 \sin \varphi = \frac{U_0}{L} \\ (\omega_0^2 - \omega^2) q_0 \sin \varphi + 2\omega\beta q_0 \cos \varphi = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Із другого рівняння системи маємо вираз для залежності зсуву фаз φ між коливаннями зовнішньої сили (тобто коливаннями напруги на виході звукового генератора) і коливаннями заряду на конденсаторі від частоти

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\omega\beta}{\omega^2 - \omega_0^2}, \quad (2.5)$$

а піднісши до квадрату обидва рівняння системи (2.4) і додавши їх почленно, знаходимо

$$q_0 = \frac{U_0/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (2.6)$$

яке задає АЧХ. Явний вигляд ФЧХ можемо отримати шляхом розв'язку системи, яка складається із першого рівняння (2.4) та рівняння (2.5):

$$\varphi = \pm \arccos \left[\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \right] \quad (2.7)$$

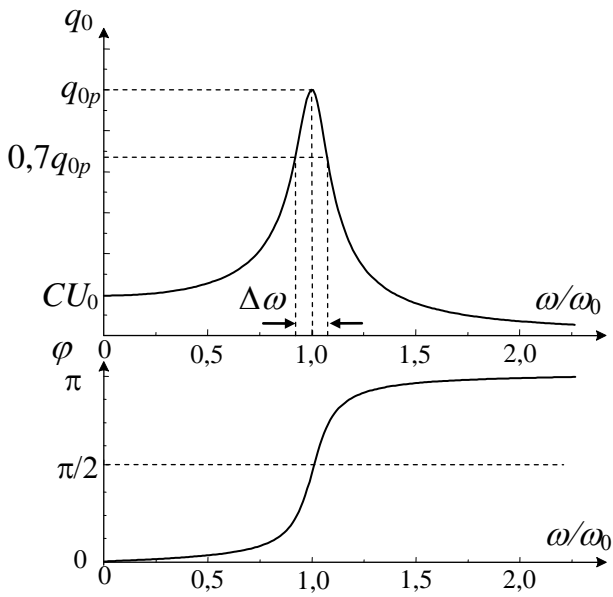


Рис.2.2

Залежності амплітуди та зсуву фаз від частоти якісно показана на рис.2.2 При $\omega = \omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ ми спостерігаємо явище резонансу: амплітуда вимушених коливань досягає максимального значення.

Нагадаємо, що відношення величини амплітуди напруги чи заряду на конденсаторі при резонансі до величини її при $\omega \rightarrow 0$ дорівнює π/Q , отже дозволяє визначити добротність Q коливного контуру

Добротність зв'язана також з напівшириною $\Delta\omega$, тобто шириною на половині висоти кривої $P_0 = f(\omega)$, де P_0 – амплітуда активної потужності, що виділяється у контурі,

$P_0 = i_0^2 R$, де i_0 – амплітуда струму у контурі, R - активний опір.

Опис установки для вимірювань

Дослідження залежності амплітуди коливань напруги на конденсаторі від частоти вимушуючої напруги проводять на установці, зібраній за схемою рис.2.3а, в якій напруга з конденсатора подається на Y-вхід електронного осцилографа ЕО.

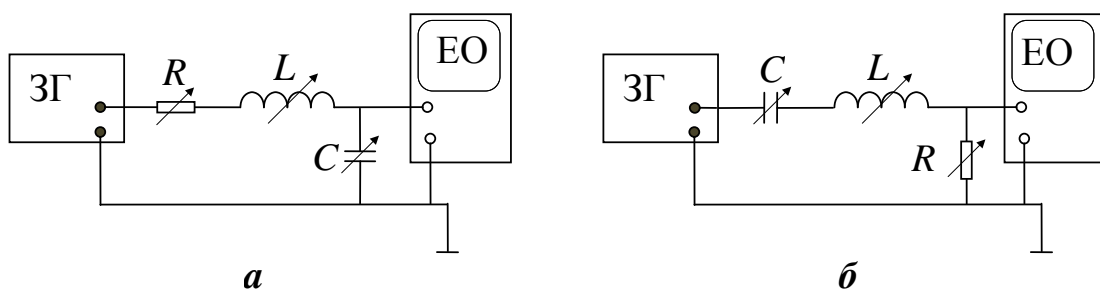


Рис. 2.3.

Для дослідження залежності амплітуди струму від частоти зовнішньої напруги використовують установку, зібрану за схемою рис. 2.3б.

Дослідження залежності зсуву фаз між сигналом генератора та сигналом на контурі від частоти вимушуючої напруги проводять на установці, зібраній за схемою рис.2.4, в якій напруга з генератора безпосередньо подається на

горизонтальну розгортку (вхід X) осцилографа, а з конденсатора напруга подається на вертикальну розгортку (вхід Y) цього ж осцилографа. Частота генератора вимірюється цифровим частотоміром ЧМ.

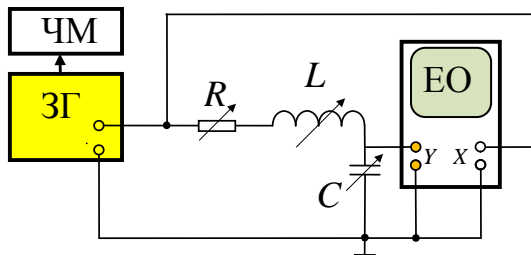


Рис.2.4.

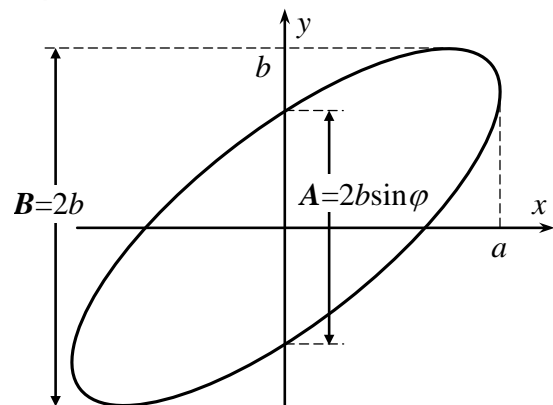


Рис.2.5.

Початкову фазу напруги з генератора можна покласти рівною нулю і тоді горизонтальна розгортка відбувається за гармонічним законом:

$$x = a \cos \omega t, \quad (2.8)$$

а напруга з конденсатора, що подається на вертикальну розгортку, матиме зсув фаз на кут φ , тобто:

$$y = b \cos(\omega t + \varphi). \quad (2.9)$$

Рівняння (2.8) дає $\cos \omega t = x/a$, що дозволяє привести рівняння (2.9) до вигляду:

$$\frac{y^2}{b^2} + \frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \varphi = \sin^2 \varphi, \quad (2.10)$$

яке є рівнянням еліпса, що зображений на рис.2.5. Цей еліпс розташований в середині прямокутника із сторонами $2a$ та $2b$, оскільки амплітуди коливань згідно з (2.8) та (2.9) відповідно дорівнюють a і b . Зауважимо, якщо центр еліпсу суміщений з початком координат, як на рис.2.5, то точки перетину еліпса з віссю Y, тобто при $x=0$, згідно з (2.10) відповідно дорівнюють $y_{1,2} = \pm b \sin \varphi$. Таким чином, визначення зсуву фаз φ можна привести до безпосереднього вимірювання на екрані осцилографа двох характерних розмірів $B = 2b$ і $A = 2b \sin \varphi$, звідки $\sin \varphi = A/B$.

Вказівки до виконання роботи

1. Ознайомтеся з описом приладів, які використовуються у вимірювальній установці, і правилами роботи з ними.

2. Для побудови АЧХ, тобто амплітудної резонансної кривої треба дослідити залежність амплітуди напруги $U(\omega)$ на конденсаторі від частоти зовнішньої напруги ω (за схемою на рис.2.3а). Встановіть певні значення індуктивності L і ємності C на відповідних магазинах, наприклад, $L = 80$ мГн, $C = 1 \dots 2$ нФ, магазин опорів виведіть на нуль ($R_1 = 0$). Змінюючи частоту зовнішньої напруги, вимірюють значення амплітуди напруги $U(\omega)$ на

конденсаторі при різних частотах ω . На частотах, при яких амплітуда змінюється різко (близьких до резонансної), виміри роблять частіше. Для побудови резонансної кривої необхідно мати 13-15 експериментальних точок.

3. Для побудови ФЧХ треба дослідити залежність зсуву фаз $\varphi(\omega)$ від частоти зовнішньої напруги ω (за схемою на рис.2.4). Перш за все, змінюючи частоту зовнішньої напруги, переконайтесь, що на екрані осцилографа утворився еліпс, нахил якого змінюється із зміною частоти (рис.2.5).

4. Розмістіть еліпс у середній частині екрана осцилографа, за шкалою екрана (рис.2.5) визначте величини A і B . Величину A визначають як відстань між двома точками перетину еліпса з вертикальною прямою, що проходить через його центр, B – відповідає подвоєній амплітуді коливань на ємності, а зсув фаз визначають із співвідношення $\sin \varphi = A/B$. На частотах, при яких амплітуда змінюється різко (близьких до резонансної), виміри роблять частіше. Для побудови резонансної кривої необхідно мати 13-15 експериментальних точок.

5. Щоб встановити вплив затухання на АЧХ і ФЧХ, не змінюючи L і C введіть опір $R_2 = 200 \dots 300$ Ом на магазині опорів і проробіть ті ж самі виміри, що й при $R_1 = 0$. Потім наберіть на магазині опорів опір $R_3 = 1000 \dots 1500$ Ом і знову виміряйте частотні залежності.

6. Результати вимірів і розрахунків АЧХ і ФЧХ занесіть до таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

f	ω	$R = R_0 + R_1$				$R = R_0 + R_2$				$R = R_0 + R_3$			
		A	B	$\sin \varphi$	φ	A	B	$\sin \varphi$	φ	A	B	$\sin \varphi$	φ
f_1													
f_2													
....													
$f_{12} \dots f_{15}$													

7. Побудуйте графіки залежностей $U(\omega)$ та $\varphi(\omega)$ при різних значеннях R контуру. Користуючись одержаними графіками, знайдіть резонансну частоту ω_p і добротність Q .

8. Визначте похибку вимірів.

9. За вказаними нижче формулами розрахуйте власну частоту коливань коливного контуру

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC},$$

добротність контуру при різних значеннях опорів

$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R},$$

коефіцієнт затухання коливань

$$\beta = R/2L,$$

резонансну частоту контуру

$$\omega_p = \sqrt{(\omega_0^2 - \beta^2)}.$$

При розрахунках враховуйте, що $R = R_0 + R_i$, де $i = 1, 2, 3$.

10. Для порівняння експериментальних даних і результатів розрахунку зведіть їх у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Параметри контуру	Обрані величини	ω_p , рад/с		Q	
		Розрахунок	Експеримент	Розрахунок	Експеримент
L					
C					
$R = R_0 + R_1$		ω_{p1}	$\omega_{p1} \pm \Delta\omega$	Q_1	$Q_1 \pm \Delta Q$
$R = R_0 + R_2$		ω_{p2}	$\omega_{p2} \pm \Delta\omega$	Q_2	$Q_2 \pm \Delta Q$
$R = R_0 + R_3$		ω_{p3}	$\omega_{p3} \pm \Delta\omega$	Q_3	$Q_3 \pm \Delta Q$

Контрольні запитання

1. У чому полягає явище резонансу?
2. Чому необхідно підтримувати коливання вимушуючою силою, навіть коли магазин опорів виведений на нульовий опір?
3. Поясніть, чому виникає зсув фаз між сигналом генератора і сигналом на конденсаторі?
4. Як визначається добротність у даній роботі? Як на неї впливає опір контуру?
5. Як впливає опір контуру на резонансну частоту контуру? Поясніть і доведіть.
6. Доведіть, що $q_0(\omega_p)/q_0(\omega=0) \equiv U_0(\omega_p)/U_0(\omega=0) = \pi/Q$.
7. З яких міркувань вибирається діапазон значень L і C у даній роботі?

Література

1. Калашников С.Г. Електрика. – К., Рад. Школа, 1964. – с.523-528.
2. Портис А. Физическая лаборатория. – М., Наука, 1972. – с.72-75.
3. Стрелков С.П. Механика. – М., Наука, 1965. – с.436-445.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

ВИВЧЕННЯ ДИФРАКЦІЇ, ПОЛЯРИЗАЦІЇ ТА ВІДБИТТЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

Мета роботи: вивчити властивості хвиль (дифракцію, поляризацію, відбиття) на прикладі електромагнітних хвиль сантиметрового діапазону.

Прилади та обладнання: джерело живлення (УИП-І), джерело електромагнітних хвиль, індикатор інтенсивності електромагнітних хвиль (будь-який вольтметр постійного струму), гоніометричний стіл, дифракційна ґратка, поляризаційна ґратка, екрани для відбиття хвиль.

Завдання:

1. Ознайомитись із явищем дифракції електромагнітної хвилі за допомогою дифракційної ґратки і визначити довжину хвилі випромінювання.
2. Визначити напрям поляризації електромагнітної хвилі рупорного випромінювача.
3. Дослідити явище відбиття електромагнітної хвилі від металевих поверхонь різного ступеня шорсткості.
4. Визначити похибки вимірів.

Короткі теоретичні відомості

Явище дифракції

Явище дифракції полягає в огинанні хвилею предметів, що знаходяться на шляху її поширення. Умовою спостереження дифракційної картини є те, що довжина хвилі випромінювання має бути не більшою за розмір перешкоди. Для спостереження дифракції електромагнітних хвиль можна скористатися екраном, в якому прорізані дві паралельні щілини (рис.5.1) і який є аналогом дифракційної ґратки, що використовується в оптиці.

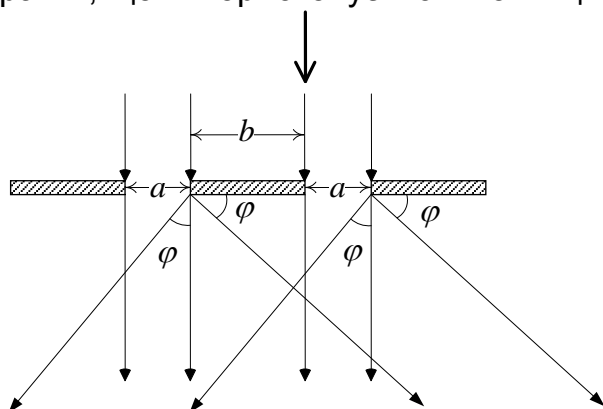


Рис.3.1

(рис.3.1).

Дифракційна ґратка дає інтенсивний (нульовий) максимум у напрямку, що співпадає з напрямком падаючої на неї хвилі, і, крім того, ряд максимумів під кутом φ від нормалі до її поверхні, які задовольняють рівнянню

$$d \sin \varphi = n\lambda, \quad (3.1)$$

де $d = a + b$ – стала ґратки, φ – напрямок максимуму випромінювання, n – порядковий номер максимуму, λ – довжина хвилі електромагнітного випромінювання

Явище поляризації

Поперечна хвиля може бути поляризованою. Розрізняють хвилі *плоскополяризовані, поляризовані по колу, поляризовані по еліпсу*.

Плоскополяризованою електромагнітною хвилею називають хвилю, в якій вектор напруженості магнітного поля та хвильовий вектор зберігаються в одній площині, що називається площиною поляризації.

Якщо плоскополяризована хвиля падатиме на ґратку, що складається з натягнутих паралельних провідників, то в залежності від орієнтації площини поляризації хвилі відносно осей провідника хвиля буде або затримуватись і відбиватись такою ґраткою (якщо віддаль між провідниками порядку довжини хвилі), або проходити крізь ґратку.

Інтенсивність хвилі, що пройшла крізь ґратку, за законом Малюса залежить від кута α між площиною поляризації і напрямом осей провідників

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (3.2)$$

де I – інтенсивність хвилі, що пройшла крізь ґратку, I_0 – інтенсивність хвилі, що падає на ґратку.

Явище відбиття

Відбиття електромагнітних хвиль відбувається за загальними законами і може бути направленим або дифузним.

Направлене відбиття спостерігається від дзеркальної поверхні, *дифузне* або *розсіяне* – від поверхні з нерівностями.

Якісно про ступінь відбиття можна судити за коефіцієнтом відбиття R , який визначається як відношення амплітуд відбитої хвилі A_b і хвилі, що падає на поверхню A_n

$$R = \frac{A_b}{A_n}. \quad (3.3)$$

Опис установки для вимірювань

Основні частини установки – це джерело електромагнітних хвиль та індикатор інтенсивності електромагнітних хвиль, що розміщені на гоніометричному столі (рис.3.2).

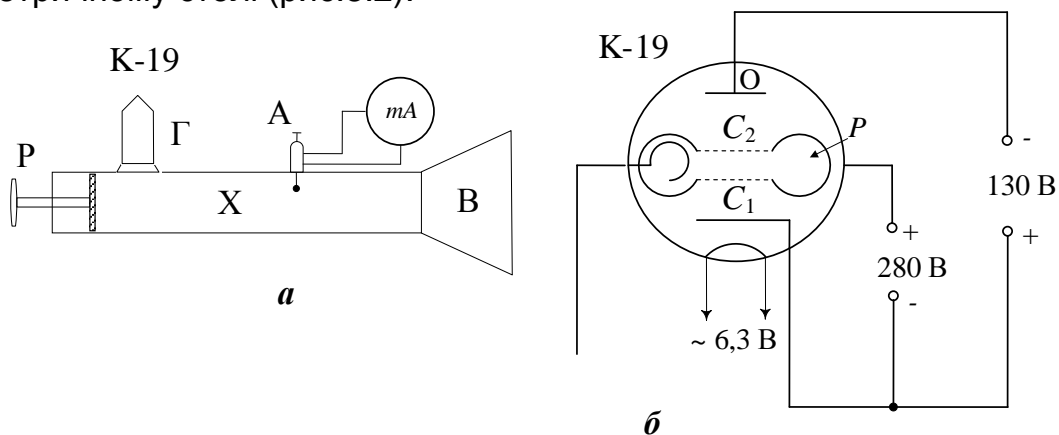


Рис.3.2

Джерело електромагнітних хвиль (рис.3.2,а) складається з клістронного генератора типу К-19, хвилеводу X, який закорочений з одного кінця і має

рупор В з іншого, джерела живлення УИП-1, що живить клістрон, підставки, яка може переміщуватись і на якій закріплено хвилевід з клістроном.

Клістрон являє собою електронну лампу (рис.3.2,б), в яку вставлений об'ємний резонатор Р, що являє собою порожнину у вигляді тора. Резонатор розміщений між відбивачем О і катодом так, щоб площини сіток були перпендикулярні до потоку електронів, що рухаються від катода до відбивача. На резонатор подається додатній відносно катода потенціал, на відбивач – від'ємний. У порожнину резонатора вставлено петельку зв'язку з вібратором – антеною А, що введена у хвилевід Х.

Хвилі поширюються по хвилеводу до рупора В, з якого випромінюються у вільний простір.

Панелька клістрона, до якої безпосередньо підводяться провідники від випрямляча УИП-1 для живлення клістрона, жорстко закріплена на хвилеводі.

На резонатор клістрона подається додатній потенціал відносно катода 280 В, на відбивач – від'ємний потенціал 80-130 В, для розжарювання катода клістрона потрібна змінна напруга 6,3 В.

З боку закритого кінця хвилеводу є поршень, що може переміщуватися гвинтом, це дозволяє змінювати віддаль між вібратором і закритим кінцем хвилеводу і тим самим досягати максимального відбору енергії.

Як індикатор інтенсивності електромагнітного поля вживається рупорний приймач, що складається з хвилеводу, відкритий кінець якого з'єднаний з рупором, а закритий має поршень, що може переміщуватися, і спеціальну головку-держак, в яку вміщена детектор-антена.

Вказівки до виконання роботи

1. Розмістіть на одній лінії приймач і випромінювач, підключіть генератор до джерела живлення (УИП-1), приєднайте до детектора рупорного приймача вольтметр В7-35. Тільки після консультації з викладачем подавайте напругу на генератор. Регулюючи напругу, досягають максимуму сигналу.

2. Із кроком 3° знімають діаграму випромінювання рупорного випромінювача. Розмістіть рупорний приймач на лінії, що з'єднує рупори, і, повертаючи брус, на якому знаходиться приймач, по круговій шкалі записуйте віддаль його в кутових градусах від нульового положення і показання вольтметра.

3. Для визначення довжини хвилі за допомогою спостереження явища дифракції треба розмістити дифракційну ґратку – екран з двома щілинами – між рупорами приймача і випромінювача так, щоб нормаль до площини екрана була паралельна з лінією, на якій знаходяться генератор та приймач. Розмістіть рупорний приймач на лінії, перпендикулярній до площини дифракційної ґратки, і повертаючи брус, на якому знаходиться приймач, по круговій шкалі записуйте віддаль його в кутових градусах від нульового положення і показання осцилографа.

4. Побудуйте графік залежності сигналу, який вимірюється за допомогою осцилографа, від кутового положення рупорного приймача. Визначте з графіка положення дифракційних максимумів.

Вимірявши постійну ґратки, тобто сумарну ширину щілини та непрозорої ділянки між щілинами, за формулою (3.1) визначити довжину хвилі електромагнітного випромінювання.

5. Для визначення площини, у якій поляризована електромагнітна хвиля, можна скористатися ґраткою, що складається з круглої рамки, на яку натягнені паралельні провідники.

Спочатку розміщують приймач і випромінювач вздовж однієї осі. Між ними на гоніометричному столику розміщують поляризаційну ґратку. Обертають поляризаційну ґратку довкола горизонтальної осі і спостерігають за показаннями вольтметра. Фіксують положення ґратки, коли показання вольтметра буде мінімальним. У цьому положенні площина, перпендикулярна до осей провідників ґратки, і буде площиною поляризації електромагнітної хвилі.

Потім орієнтують ґратку так, щоб напрям осей був паралельний площині поляризації (при цьому інтенсивність хвилі, що пройшла крізь ґратку, буде максимальною). Кут α відраховують від цього положення. Змінюючи кут α і вимірюючи $I = I(\alpha)$, перевіряють залежність (3.2). На одному графіку будують експериментальну і розрахункову залежність.

6. Для дослідження характеру відбивання електромагнітних хвиль від металевих поверхонь пропонують три пластинки, виготовлені з дюралю, які мають різний ступінь нерівності поверхні.

Ступінь нерівності грубо характеризують параметром N , який визначається як $N = \Delta x / \lambda$, де Δx – середня глибина ямки або виступу на металевій поверхні, λ – довжина електромагнітної хвилі.

Нерівності поверхонь пластин створюють свердлінням або механічною деформацією металевого листа.

Спочатку вимірюють інтенсивність падаючої хвилі на осі випромінювача на віддалі від гоніометричного столика, що приблизно дорівнює віддалі від столика до випромінювача. Після цього на столик гоніометра вміщують пластину, що відбиває електромагнітну хвилю так, щоб кут падіння був $\sim 50^\circ$ або 45° , і повертаючи рупор довкола осі гоніометра, записують показання вольтметра через 3° . Такі виміри виконують для всіх трьох металевих пластин.

Будують графік залежності інтенсивності відбитої хвилі від кутового напрямку на приймач. З графіка визначають кут відбиття.

Контрольні запитання

1. Яка умова виникнення явища дифракції електромагнітної хвилі?
2. Схематично намалюйте розподіл дифракційних максимумів і пронумеруйте їх.
3. Яким чином у дифракційній картині задіяне явище інтерференції?
4. Назвіть основні типи поляризації електромагнітної хвилі.
5. Доведіть, що в експерименті досліджувалась плоскополяризована хвиля.
6. Сформулюйте закон відбивання хвиль.
7. Чи виконується закон відбивання у проведених дослідах? Чому?

Література

1. *Калашников С.Г.*, Електрика / К., Рад. школа, 1964. – с.552-558, 566-570.
2. *Стрелков С.П.*, Механика / М., Наука, 1965. – с.503-510.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

ВИМІРЮВАННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В ПОВІТРІ

Мета роботи: ознайомлення з методами вимірювання швидкості звуку в газах; визначення швидкості звуку в повітрі в широкому діапазоні частот із застосуванням трьох методів: зсуву фаз, стоячої хвилі та інтерференції хвиль.

Прилади та обладнання: звуковий генератор, осцилограф, мікрофон, два телефони, брус з лінійкою, труби різної довжини.

Завдання:

1. Визначити швидкість поширення звуку різних частот:
 - а) в області $2000 \dots 8000$ Гц - методом зсуву фаз;
 - б) в області $180 \dots 4000$ Гц - методом стоячої хвилі;
 - в) в області $3500 \dots 7000$ Гц - методом інтерференції.
2. Використати результати вимірів швидкості для побудови графіка в координатах *частота–швидкість* або *довжина хвилі–швидкість*. Для кожної точки вказати на графіку похибку результату.
3. Зробити висновок, чи залежить швидкість поширення звуку від частоти коливань, і пояснити його.
4. Визначити похибки вимірів.

Короткі теоретичні відомості

Швидкість поширення коливань v , у тому числі й звукових, пов'язана з частотою коливань ν та довжиною хвилі λ співвідношенням

$$v = \nu\lambda. \quad (4.1)$$

Отже, для визначення швидкості поширення коливань v потрібно знати частоту коливань ν і довжину хвилі λ . Частота відома, якщо для збудження коливань використовують генератори стандартних частот (звукові генератори). Довжину звукової хвилі можна виміряти різними методами: *методом зсуву фаз, методом стоячої хвилі, методом інтерференції* та ін. При цьому слід відзначити, що виміри довжин хвиль, а отже, і виміри швидкості звуку в широкому діапазоні частот одним методом провести досить складно.

Для різних інтервалів частот потрібно застосувати різні методи, що і пропонується в даній роботі.

Метод зсуву фаз

Користуючись методом зсуву фаз, змінюють зсув фаз між; коливаннями джерела звуку і приймача шляхом зміни віддалі між ними. Якщо зміна віддалі дорівнює довжині хвилі λ , то зміна зсуву фаз дорівнюватиме 2π . Якщо зміна віддалі становить $\lambda/2$, то зміна зсуву фаз π .

Зміну зсуву фаз між коливаннями джерела і приймача легко визначити, якщо з'єднати вертикальні пластини (y) осцилографа з приймачем, а горизонтальні (x) – з генератором, що збуджує коливання джерела.

Відомо, що результуючий рух променя відбуватиметься по еліпсу згідно з рівнянням

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \varphi = \sin^2 \varphi. \quad (4.2)$$

Вигляд еліпса залежатиме від різниці фаз φ взаємно-перпендикулярних коливань. Так, при $\varphi = 0$ еліпс вироджується у пряму $y = \frac{b}{a}x$, при $\varphi = \pm\pi$ коливання відбуваються вздовж прямої $y = -\frac{b}{a}x$, а при $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ рух точки відбувається по еліпсу, приведеному до координатних осей.

У випадку $a = b$ рух точки відбувається по колу.

Метод стоячої хвилі

При застосуванні методу стоячої хвилі утворюють стоячу хвилю в трубі. Частоти власних коливань стовпа газу у трубі довжиною l (резонансні частоти) при обох закритих (відкритих) кінцях труби визначаються із співвідношення

$$v = \frac{v}{2l}n, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.3)$$

а при одному закритому кінці – із співвідношення

$$v = \frac{v}{4l}(2k+1), \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.4)$$

Отже, швидкість поширення звуку у закритій (відкритій) на обох кінцях трубі та відкритій з одного боку відповідно дорівнює

$$v = \frac{2l}{n}v_n \quad \text{і} \quad v = \frac{4l}{2k+1}v_k. \quad (4.5)$$

n і k можна виразити через суміжні резонансні частоти

$$n = \frac{v_n}{v_{n+1} - v_n} \quad \text{і} \quad k = \frac{v_k}{2(v_{k+1} - v_k)} - \frac{1}{2}. \quad (4.6)$$

Метод інтерференції

При застосуванні методу інтерференції хвилі від двох когерентних джерел коливань надходять до приймача. Амплітуда коливань приймача, як відомо залежить від різниці ходу хвиль Δl від джерел до приймача. Вона досягає максимуму, якщо

$$\Delta l = n\lambda, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

і досягає мінімуму, коли

$$\Delta l = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Два джерела звуку легко зробити когерентними: для цього слід збуджувати їх одним і тим самим генератором коливань. Довжина хвилі дорівнює віддалі між двома сусідніми положеннями одного з джерел, при яких амплітуда коливань приймача буде максимальною або мінімальною.

Опис установки для вимірювань

Схема експериментальної установки зображена на рис.4.1. Гучномовець (телефон) Т, що випромінює звукові хвилі, живиться синусоїдальним струмом від звукового генератора ЗГ. ЕО – осцилограф.

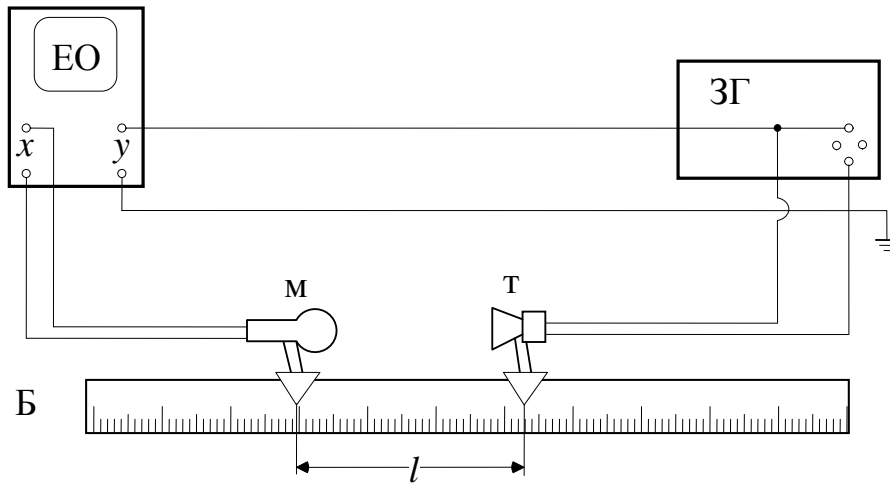


Рис.4.1

Ці звукові хвилі сприймаються мікрофоном М і перетворюються ним у напругу, яка подається на У-вхід осцилографа С1-68. Напруга на Х-вхід осцилографа подається безпосередньо з вихідних клем звукового генератора, гучномовець може вільно переміщуватися вздовж металевго бруса Б.

Різниця фаз між сигналом, що надходить на пластини У, і сигналом, що подається на пластини Х, залежить від часу, який потрібний для проходження звуку від гучномовця до мікрофона, і від фазових зсувів у гучномовці, мікрофоні та підсилювачах, через які сигнали надходять на пластини осцилографа. При переміщенні гучномовця, зсуви в гучномовці, мікрофоні та підсилювачах не змінюють своїх значень. Тому різниця фаз залежатиме тільки від зміни відстані між гучномовцем та мікрофоном і саме вона використовується для визначення довжини хвилі в середовищі, в якому знаходяться гучномовець і мікрофон (у даному випадку в повітрі).

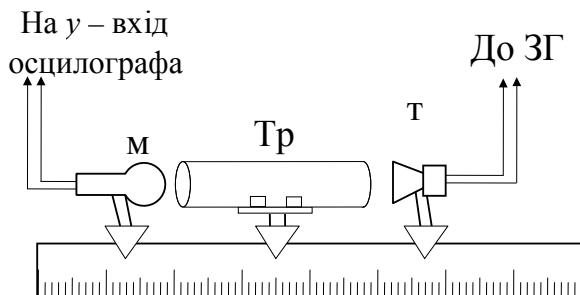


Рис.4.2

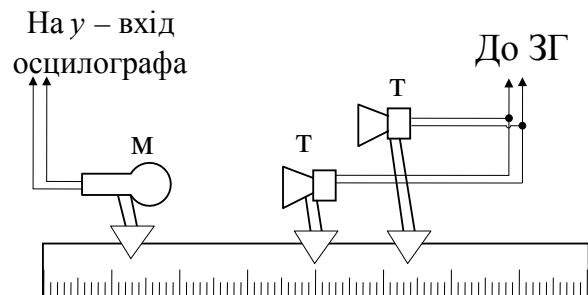


Рис.4.3

Так, при зміні відстані між гучномовцем і мікрофоном на $\Delta l = \lambda$ зсув зміниться на 2π , і отже на екрані осцилографа спостерігатиметься та сама картина, що й при віддалі $l + \Delta l$.

При застосуванні методу стоячої хвилі, на брус вміщується підставка, на якій закріплюється труба Tr , в якій збуджують стоячу хвилю (рис.4.2).

При застосуванні методу інтерференції, на брус вміщують два гучномовці і збуджують їх від одного генератора звукових коливань (рис.4.3).

Вказівки до виконання роботи

1. Ознайомтеся з правилами роботи з приладами, які входять до лабораторної установки.

2. При визначенні швидкості звуку методом зсуву фаз зберіть схему згідно з рис.4.1. Поставте ручку розгортки осцилографа в положення характеріографа і отримайте на екрані еліпс. З'ясуйте, чи впливає на форму еліпса положення експериментатора. Змінюючи положення гучномовця, отримайте на екрані пряму лінію. Зафіксуйте положення гучномовця на брусі. Повільно зміщуючи гучномовець, відмічайте по шкалі ті його положення на брусі, при яких на екрані осцилографа буде пряма.

Побудуйте графік залежності координат гучномовця від номера положення, в якому еліпс перетворюється в пряму лінію (перше положення, друге, третє і т.д).

З цього графіка знайдіть λ , а потім, за формулою (4.1), обчисліть швидкість звуку.

Проробіть виміри для 5-7 різних частот. Знайдіть похибку вимірювання.

3. При визначенні швидкості звуку методом стоячої хвилі розмістіть на брусі між гучномовцем і мікрофоном трубу. Збільшуючи від 180 Гц частоту звучання гучномовця, знайдіть в указаному діапазоні всі резонансні частоти. За формулами (4.5) або (4.6), в залежності від того, яка труба використовується, обчисліть n або k , а за ними і швидкість звуку.

Слід звернути увагу на те, що, взагалі, зростання амплітуди може спостерігатися і при частотах, які відрізняються від власних резонансних частот даної труби. Тому одержаний набір частот для кожної труби слід проаналізувати і відібрати власні резонансні частоти. Аналіз ґрунтується на тому, що n і k обов'язково є цілими числами.

4. При вимірюванні швидкості звуку методом інтерференції, розмістіть на брусі на віддалі 8-12 см два гучномовці і підключіть їх до звукового генератора. Змінюючи частоту напруги, що подається від звукового генератора на гучномовці, знайдіть ту частоту, при якій сигнал, що спостерігається на екрані осцилографа, буде максимальним. Змінюючи положення гучномовців, добиваються максимального сигналу на екрані осцилографа. По шкалі, що знаходиться на брусі, замітьте положення одного з гучномовців. Потім цей гучномовець переміщуйте по брусі в нове положення, при якому на екрані осцилографа сигнал знову буде максимальним.

Віддаль між останнім і попереднім положеннями і дорівнюватиме довжині хвилі.

Зверніть увагу, що при використанні кожного з методів, застосованих у роботі, положення експериментатора впливає на картину на екрані осцилографа.

5. Зробіть висновок, чи залежить швидкість звуку в повітрі від довжини звукової хвилі, і обґрунтуйте його.

Контрольні запитання

1. У чому полягає метод зсуву фаз?
2. Як експериментально визначити довжину хвилі за методом зсуву фаз?
3. Яким чином утворюється стояча хвиля у відкритій з обох боків трубі?
4. Поясніть, як з експериментальних даних вибрати значення частоти, які дійсно відповідають наявності стоячої хвилі в трубі?
5. Яка умова накладається на джерела звуку для визначення швидкості за методом інтерференції?
6. Поясніть, чи повинна залежати швидкість звуку в повітрі від довжини звукової хвилі?
7. Як і чому присутність експериментатора впливає на вигляд картини, що спостерігається на екрані осцилографа?

Література

1. Руководство к лабораторным занятиям по физике / Под ред. Л.Л.Гольдина / . – М., Наука, 1973. – с.80-85.
2. Стрелков С.П. Механика / М., Наука, 1975. – с.478-481, 496-503.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

ЕЛЕМЕНТИ ФУР'Є-АНАЛІЗУ

Мета роботи: ознайомлення з елементами Фур'є-аналізу; визначення спектру коливань деяких періодичних сигналів.

Прилади та обладнання:

Варіант А: генератор сигналів спеціальної форми Г6-15, нульіндикатор Ф582, двопроменевий осцилограф С1-64А, вольтметр Ф5053.

Варіант В: аналізатор спектру С4-25, звуковий генератор ГЗ-109, універсальний осцилограф С1-15, генератор імпульсів.

Завдання:

Варіант А

1. Експериментально дослідити спектр прямокутних імпульсів, які дає генератор Г6-15. Виміряти амплітуду гармонік спектру прямокутних імпульсів.
2. Експериментально дослідити Фур'є-спектр послідовності трикутних імпульсів. Виміряти амплітуду гармонік Фур'є-спектру послідовності трикутних імпульсів.
3. Експериментально дослідити Фур'є-спектр послідовності пилкоподібних імпульсів. Виміряти амплітуду гармонік Фур'є-спектру послідовності пилкоподібних імпульсів.
4. Виконати теоретичні обчислення Фур'є-спектрів послідовності прямокутних, трикутних та пилкоподібних імпульсів.
5. Побудувати експериментальні та розрахункові спектри. Порівняти результати вимірів і теоретичних розрахунків та зробити висновки.
6. Визначити похибки вимірів.

Варіант В

1. Одержати спектр синусоїдального сигналу, користуючись аналізатором спектру С4-25. Прокалібрувати аналізатор спектру.
2. Одержати на екрані аналізатора спектри прямокутних періодичних імпульсів різної скважності та визначити їх. Оцінити похибки вимірів.
3. Побудувати спектри. За ними перевірити співвідношення $\Delta \nu_{1/2} \tau = 1$.
4. Розрахувати спектри прямокутних періодичних імпульсів при різній скважності.
5. Порівняти експериментальні та розрахункові Фур'є-спектри сигналів та зробити висновки.
6. Визначити похибки вимірів.

Короткі теоретичні відомості

У багатьох галузях науки і техніки досить часто мають справу з тим чи іншим періодичним процесом, який описується не простими функціями синуса чи косинуса, а за допомогою деякої регулярної функції, що є періодичною у

часі з періодом T , тобто $f(\omega_0, t) = f(\omega_0, t + T)$. Таку функцію можна розкласти у ряд Фур'є

$$f(\omega_0, t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 t + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega_0 t, \quad (5.1)$$

де $\omega_0 = 2\pi/T$ – циклічна частота, t – час.

Записуючи $\cos n\omega_0 t$ та $\sin n\omega_0 t$ в комплексній формі, можна ряд (5.1) представити у вигляді

$$f(\omega_0, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{in\omega_0 t}, \quad (5.2)$$

де

$$C_0 = a_0 / 2, \quad C_n = (a_n - ib_n) / 2, \quad C_{-n} = (a_n + ib_n) / 2. \quad (5.3)$$

Щоб знайти коефіцієнт a_n , помножимо рівність (5.1) на $\cos m\omega_0 t$ і проінтегруємо за часом t від 0 до T , де T – період сигналу,

$$\begin{aligned} \int_0^T f(\omega_0, t) \cos m\omega_0 t dt &= \frac{a_0}{2} \int_0^T \cos m\omega_0 t dt + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^T \cos n\omega_0 t \cos m\omega_0 t dt + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \int_0^T \sin n\omega_0 t \cos m\omega_0 t dt. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Із (5.4) видно, що стала a_0 визначається при $m = 0$ як

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(\omega_0, t) dt \quad (5.5)$$

і є **середнім значенням функції** $f(\omega_0, t)$ за період T . Відповідно, вона визначає середній рівень, на який накладаються змінні члени ряду у вигляді синусів та косинусів. Так,

$$\int_0^T \sin n\omega_0 t \cos m\omega_0 t dt = 0$$

при всіх n та m , а

$$\int_0^T \cos n\omega_0 t \cos m\omega_0 t dt = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n, m \neq 0, \\ T/2 & \text{при } m = n \neq 0. \end{cases}$$

Отже, маємо

$$a_n = \frac{\omega_0}{\pi} \int_0^T f(\omega_0, t) \cos n\omega_0 t dt. \quad (5.6)$$

Аналогічно, помноживши обидві сторони рівності (5.1) на $\sin m\omega_0 t$, отримаємо

$$b_n = \frac{\omega_0}{\pi} \int_0^T f(\omega_0, t) \sin n\omega_0 t dt. \quad (5.7)$$

Розглянемо застосування рядів Фур'є на прикладі прямокутних імпульсів. Однією з характеристик послідовності прямокутних імпульсів є *скважність* Q , яка дорівнює відношенню періоду сигналу T до його тривалості τ . Візьмемо випадок прямокутних імпульсів зі скважністю $Q = 2$ (*меандр*). На рис.5.1,а цей імпульс виражено у вигляді непарної функції, яка визначається як

$$E(\omega_0, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } -T/2 < t < 0, \\ E_0 & \text{при } 0 \leq t \leq T/2. \end{cases}$$

За допомогою формул (5.4)-(5.7) можна перекоонатись, що для меандру

$$a_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} E(\omega_0, t) dt = \frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{T/2} E_0 dt = \frac{E_0}{2},$$

$$a_n = \frac{\omega_0}{\pi} \int_{-T/2}^{T/2} E(\omega_0, t) \cos n\omega_0 t dt = 0, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$b_n = \frac{\omega_0}{\pi} \int_{-T/2}^{T/2} E(\omega_0, t) \sin n\omega_0 t dt = \frac{\omega_0}{\pi} \int_0^{T/2} E_0 \sin n\omega_0 t dt = \frac{E_0}{n\pi} (1 - \cos n\pi).$$

Тобто $b_n = \frac{2E_0}{n\pi}$ при n непарному, $b_n = 0$ при n парному. Отже, спектр несиметричного меандра за допомогою ряду Фур'є запишемо як

$$E(\omega_0, t) = \frac{E_0}{2} + \frac{2E_0}{\pi} \left(\frac{\sin \omega_0 t}{1} + \frac{\sin 3\omega_0 t}{3} + \frac{\sin 5\omega_0 t}{5} \dots \right). \quad (5.8)$$

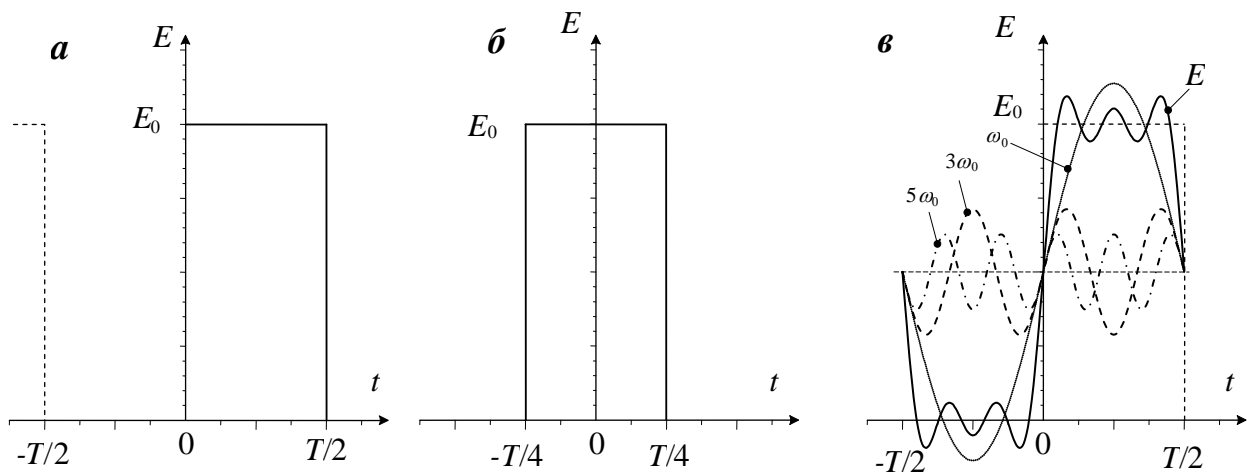


Рис.5.1

На рис.5.1,б зображений симетрично розташований відносно початку координат меандр. Тепер коливання описуються парною функцією, а результат розкладання в ряд Фур'є має вигляд

$$E(\omega_0, t) = \frac{E_0}{2} + \frac{2E_0}{\pi} \left(\frac{\cos \omega_0 t}{1} - \frac{\cos 3\omega_0 t}{3} + \frac{\cos 5\omega_0 t}{5} \dots \right). \quad (5.9)$$

На рис. 5.1в зображено вигляд імпульсу, який одержуємо при врахуванні тільки чотирьох перших членів ряду. Чим більше доданків ряду враховується, тим ближче до прямокутної форми буде результуюча функція.

Прямокутний періодичний процес з частотою повторення можна одержати як суму гармонічних процесів з циклічними частотами $\omega_0, 3\omega_0, 5\omega_0, 7\omega_0 \dots$ амплітуди яких визначаються коефіцієнтами b_n . Цей набір амплітуд різних частот називають *спектром ряду Фур'є*. На рис.5.2 зображено фур'є-спектри, що описують послідовність прямокутних імпульсів, зображених на рис.5.1,а і рис.5.1,б відповідно.

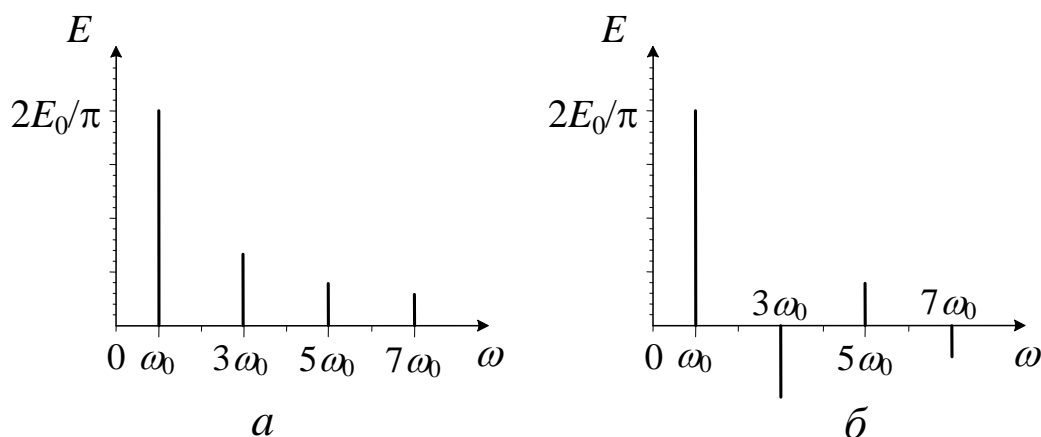


Рис.5.2

Інтеграл Фур'є. Як зазначалося вище, ряд Фур'є у загальному випадку записується виразом (5.2), коефіцієнти C_n у якому визначаються як

$$C_n = \frac{\omega}{2\pi} \int_{-\pi/\omega_0}^{\pi/\omega_0} f(\omega_0, t) e^{-in\omega_0 t} dt,$$

де $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, або

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\omega_0, t) e^{-in\omega_0 t} dt. \quad (5.10)$$

Підставляючи значення коефіцієнта C_n (5.10) в ряд (5.2), можемо записати

$$f(\omega_0, t) = \frac{1}{T} \sum_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-T/2}^{T/2} f(\omega_0, t) e^{-in\omega_0 t} dt \right] e^{in\omega_0 t}.$$

Якщо функція неперіодична, то $T \rightarrow \infty$, а $1/T = \omega/2\pi \rightarrow 0$, і ряд можна замінити інтегралом, тобто представити неперіодичну функцію нескінченною кількістю частот ω

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\omega, t) e^{-i\omega t} dt \right] e^{i\omega t} d\omega$$

або

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (5.11)$$

де $F(\omega)$ називається **Фур'є-образом** функції $f(t)$ і визначається як

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (5.12)$$

Внаслідок інтегрування по одній змінній в (5.11) ми одержуємо функцію другої змінної і навпаки (5.12). Оскільки обидві змінні входять як добуток у показник експоненціальної функції, показник повинен бути безрозмірним. Пара змінних, що задовольняє цій умові, складає пару **Фур'є-образів**, а саме $F(\omega)$ є Фур'є-образом функції $f(t)$, і навпаки, $f(t)$ є Фур'є-образом функції $F(\omega)$. Такими парами в теорії коливань можуть бути:

час t і частота ω , або хвильовий вектор \vec{k} та радіус-вектор \vec{r} у просторі.

Користуючись Фур'є-перетвореннями, можна відразу знайти *частотний спектр*, якщо функція задана від часу, і навпаки.

Якщо функція $f(t)$ парна, то від нуля відрізняються тільки доданки з косинусами експоненціальної функції. У цьому випадку ми маємо *косинус фур'є-перетворення*

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) \cos \omega t d\omega \leftrightarrow F(\omega) = 2 \int_0^{\infty} f(\omega_0, t) \cos \omega t dt. \quad (5.13)$$

Якщо функція $f(t)$ непарна, то від нуля відрізняються тільки доданки з синусами експоненціальної функції. У цьому випадку ми маємо *синус фур'є-перетворення*

$$f(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} F(\omega) \sin \omega t d\omega \leftrightarrow F(\omega) = 2 \int_0^{\infty} f(\omega_0, t) \sin \omega t dt. \quad (5.14)$$

Частотний спектр (або фур'є-образ) нескінченного гармонічного сигналу $E(T) = E_0 e^{i\omega t}$, де E_0, ω – відповідно амплітуда і частота сигналу (рис.5.3,а) знаходиться за допомогою перетворення (5.12)

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E_0 e^{i\omega_0 t} e^{-i\omega t} dt = E_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i(\omega - \omega_0)t} dt = \begin{cases} E_0 & \text{при } \omega = \omega_0, \\ 0 & \text{при } \omega \neq \omega_0. \end{cases}$$

і має вигляд, наведений на рис.5.3,б. Це так звана δ -функція. Вона є фур'є-образом для будь-якого гармонічного процесу.

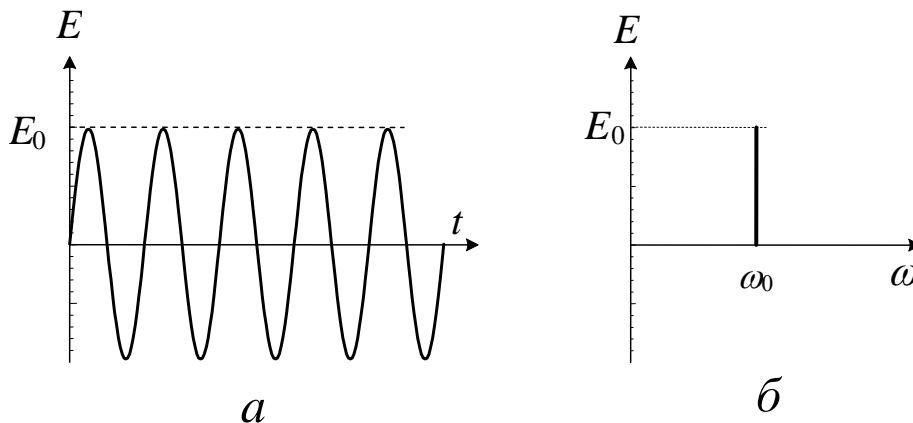


Рис.5.3

Для гармонічного сигналу, обмеженого у часі (рис.5.4,а), тобто

$$E(t) = \begin{cases} E_0 e^{i\omega_0 t} & \text{при } |t| \leq \tau / 2, \\ 0 & \text{при } |t| > \tau / 2. \end{cases}$$

Фур'є-перетворення дає інший спектр частот

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt = E_0 \int_{-\tau/2}^{\tau/2} e^{-i(\omega - \omega_0)t} dt = E_0 \tau \sin\left(\frac{\omega_0 - \omega}{2} \tau\right).$$

Спектр цього хвильового пакета зображено на рис.5.4,б. На відміну від спектру нескінченного сигналу з єдиною гармонікою при $\omega = \omega_0$, скінченна синусоїда має неперервний спектр з максимумом при $\omega = \omega_0$.

Переважає більшість енергії коливань зосереджена у центральному максимумі, причому амплітуда від максимуму при $\omega = \omega_0$ до 0 спадає на інтервалі $\Delta\omega$, який визначається з умови

$$\sin \frac{\omega_0 - \omega}{2} \tau = 0, \text{ або } \frac{\omega_0 - \omega}{2} \tau = \pi, \text{ або } \frac{\Delta\omega}{2} = \frac{\pi}{\tau}.$$

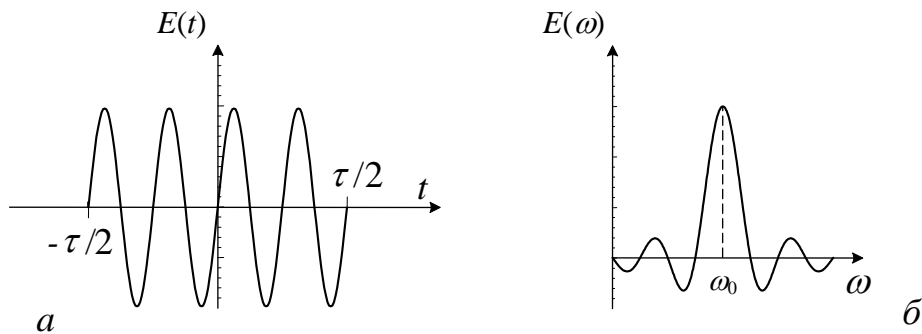


Рис.5.4

Тобто, чим коротший проміжок часу, в якому обмежений гармонічний сигнал, тим ширший його спектр. У цьому випадку спектр характеризують напівшириною спектру $\Delta\omega_{1/2}$, яка визначається на рівні половини амплітуди огинаючої спектра. Очевидно, що $\Delta\omega_{1/2} \approx \Delta\omega$. Тоді з $\Delta\omega_{1/2} \approx 2\pi/\tau$ маємо

$$\Delta\nu_{1/2}\tau \approx 1. \quad (5.15)$$

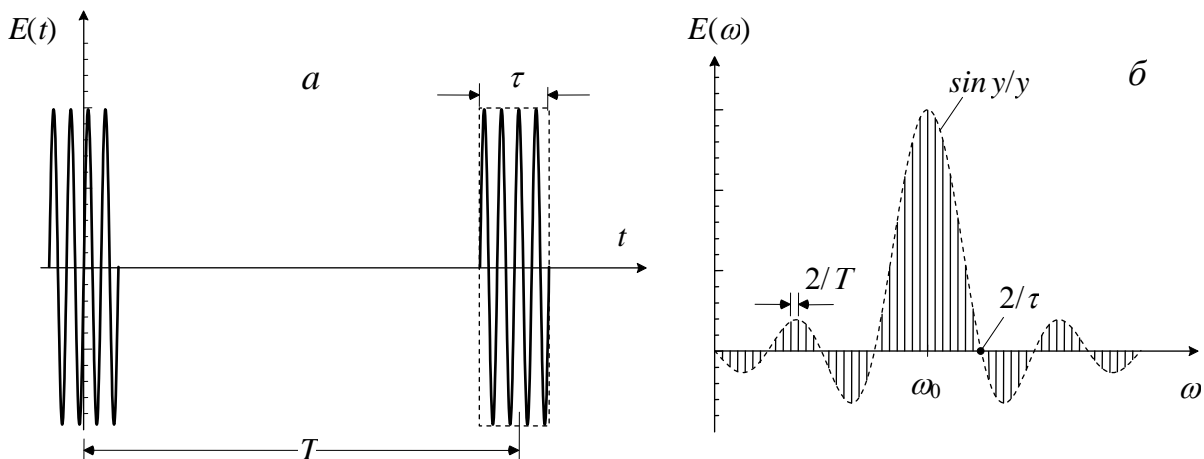


Рис.5.5

У випадку періодичності прямокутних імпульсів тривалістю T (рис.5.5,а) спектр визначається співвідношенням

$$E(\omega) = E_0 \frac{\sin nx}{\sin x} \cdot \frac{\sin y}{y},$$

де $x = \omega T/2$, $y = \omega\tau/2$. Тобто спектр повторюється з періодом $T/2$ під огинаючою типу $\frac{\sin y}{y}$ (рис.5.5,б), причому ширина центрального максимуму визначається з умови (5.15). Це означає, що чим більше значення τ/T , тим

вужчою буде крива $\frac{\sin y}{y}$, тим меншим числом дискретних частот можна зобразити послідовність прямокутних імпульсів і навпаки.

Опис установки для вимірювань

Варіант А

Блок-схема установки для дослідження спектрів періодичних імпульсів сигналів різної форми зображена на рис.5.6. Сигнали від генератора імпульсів спеціальної форми Г6-15 подаються безпосередньо на один із входів двопробеневого осцилографа і через селективний підсилювач (нульіндикатор) Ф582 – на другий вхід.

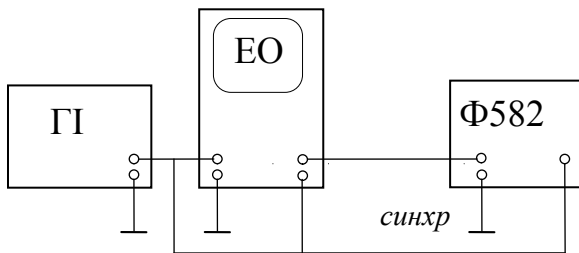


Рис.5.6

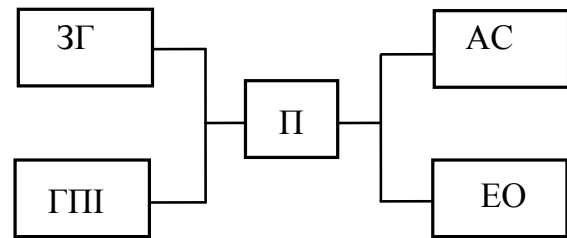


Рис.5.7

Варіант Б

Блок-схема установки для дослідження спектрів коливань зображена на рис.5.7. Сигнали від генератора синусоїдальних коливань (ГСК) або від генератора прямокутних імпульсів (ГПІ) подаються одночасно на осцилографа і на аналізатор спектру С4-25. На екрані осцилографа спостерігається сигнал у координатах амплітуда-час, а на екрані аналізатора – спектр сигналу в координатах амплітуда-частота.

Вказівки до виконання роботи

1. Ознайомтесь із описами приладів і правилами роботи з ними.

Варіант А

Спершу визначте амплітудно-частотну характеристику підсилювача. Для цього підключіть підсилювач у режим роботи "Широкая полоса" і, подаючи на нього від генератора синусоїдальні імпульси різної частоти і однакової амплітуди, виміряйте їх амплітуду на екрані осцилографа. Одержані результати побудуйте у вигляді графіка $U = f(\nu)$.

Увімкніть підсилювач у режим роботи "Узкая полоса" і визначте ширину смуги пропускання. Зніміть спектри прямокутного, трикутного та пилкоподібного періодичного сигналу. Зверніть увагу, що перша гармоніка не може мати частоту, меншу за частоту сигналу.

Варіант Б

УВАГА! Перед вмиканням аналізатора спектру переконайтесь, що ручка "Яркость" на ньому поставлена у крайнє ліве положення. Тільки через 3-5

хвилин після включення аналізатора ручкою "Яркость" встановити необхідну інтенсивність світіння зображення на екрані аналізатора.

Не подавати на вхід аналізатора сигнал >10 вольт. Щоб запобігти подачі напруги, більшої за 10 вольт, перемикач пробника, через який подається сигнал на аналізатор, повинен знаходитися в положенні "1:10".

Подайте від генератора сигнал частоти 100...200 кГц на осцилограф і аналізатор (перемикач у положенні "1". Для визначення амплітуди гармонік спектру потрібно прокалібрувати масштабну сітку осцилографа і аналізатора по вертикалі і горизонталі.

Зображення на екрані аналізатора встановлюється у зручне положення ручками "Смещение" на початку роботи. Зміщення спектру вздовж екрана (ліворуч-праворуч) роблять за допомогою ручки "Центральная частота" /при цьому масштаб по горизонталі, тобто по шкалі частот, не змінюється/.

Для якісного дослідження періодичних сигналів різної форми поставте перемикач у положення "I", подавайте сигнал частоти 100-200 кГц від генератора ГЗ-33, плавно збільшуючи напругу від нуля. Слідкуйте за картиною на екрані осцилографа і аналізатора. З'ясуйте, чи є сигнал "спектрально чистим".

УВАГА! При збільшенні амплітуди сигналу від генератора слідкуйте за тим, щоб амплітуда найбільш інтенсивної гармоніки не виходила за екран аналізатора в положенні "O" перемикача "Отсчет амплитуды". Не перевантажуйте аналізатор!

Потім ці спостереження проведіть при положеннях перемикача "2", "3", "4", "5", "6", "7". Для кожного положення перемикача замалюйте картину на екрані осцилографа і на екрані аналізатора. Оцініть для кожного виду періодичних сигналів співвідношення між амплітудами гармонік.

Для дослідження спектру прямокутних імпульсів подайте сигнал від генератора. Виміряйте амплітуду гармонік спектру прямокутного імпульсу на екрані аналізатора. Оцініть похибки вимірів (похибки, які дає прилад).

Виконайте теоретичні обчислення спектру прямокутного імпульсу. Зіставте результати вимірів і теоретичних розрахунків спектру прямокутного імпульсу.

Перевірте чи виконується співвідношення (5.15) для періодичних сигналів різної форми та скважності.

Контрольні запитання

1. Що таке Фур'є-аналіз і Фур'є-синтез?
2. Отримайте вираз для амплітуди гармонік сигналів.
3. Що являє собою фур'є-спектр?
4. Дайте означення скважності сигналу.
5. Поясніть, чому зникають кратні гармоніки при зміні скважності сигналу.
6. Який спектр у періодичного гармонічного сигналу?
7. Сформулюйте фізичний зміст співвідношення (5.15) для добутку ширини спектра $\Delta\nu$ імпульсу на його тривалість τ .

Література

1. Крауфорд Ф. Волны / М., Наука, 1976. – с.270-281.
2. Портис А. Физическая лаборатория. / М., Наука, 1972. – с.115-118.

З М І С Т

ПЕРЕДМОВА.....	3
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1	
ВИВЧЕННЯ ЗАТУХАЮЧИХ КОЛИВАНЬ	4
Короткі теоретичні відомості	4
Опис установки для вимірювань.....	7
Вказівки до виконання роботи.....	7
Контрольні запитання	9
Література.....	9
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2	
ВИВЧЕННЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ	10
Короткі теоретичні відомості	10
Опис установки для вимірювань.....	12
Вказівки до виконання роботи.....	13
Контрольні запитання	15
Література.....	15
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3	
ВИВЧЕННЯ ДИФРАКЦІЇ, ПОЛЯРИЗАЦІЇ ТА ВІДБИТТЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ	16
Короткі теоретичні відомості	16
Опис установки для вимірювань.....	17
Вказівки до виконання роботи.....	18
Контрольні запитання	19
Література.....	19
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4	
ВИМІРЮВАННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ В ПОВІТРІ.....	20
Короткі теоретичні відомості	20
Метод зсуву фаз.....	20
Метод стоячої хвилі	21
Метод інтерференції.....	21
Опис установки для вимірювань.....	22
Вказівки до виконання роботи.....	23
Контрольні запитання	24
Література.....	24
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5	
ЕЛЕМЕНТИ ФУР'Є-АНАЛІЗУ	25
Короткі теоретичні відомості	25
Опис установки для вимірювань.....	31
Вказівки до виконання роботи.....	31
Контрольні запитання	32
Література.....	32

Навчальне видання

ГОЙСА Сергій Миколайович
ІЩУК Лариса Вадимівна
ФЕЛІНСЬКИЙ Георгій Станіславович

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт
“КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ”

Підписано до друку 15.03.2015. Формат 60x80¹⁶.
Гарнітура Arial. Папір офсетний. Друк офсетний.
Наклад 140 примірників. Ум. друк. арк. 2

Видавнича лабораторія радіофізичного факультету
Київського національного університету імені Тараса Шевченка