

Задачі очного туру та їх розв'язки.

1. Похила площина утворює із горизонтом кут 30° . На площині лежить мале тіло з масою 100 г, коефіцієнт тертя тіла об площину дорівнює 0.7.

1) Чому дорівнює сила тертя?

2) Площину встановили під кутом 45° . Яка частина потенціальної енергії тіла перетвориться у кінетичну при його ковзанні вниз по площині?

Розв'язок. Позначимо $\alpha = 30^\circ$, $m = 0,1$ кг, $\mu = 0,7$, $g = 10$ м/с², $\alpha_1 = 45^\circ$.

1) Оскільки $\mu > \operatorname{tg} \alpha$, то тіло утримується у стані спокою силою тертя спокою F_T , яка врівноважує проекцію сили тяжіння на напрямок, паралельний до площини: $F_T = mg \sin \alpha = 0,5$ Н.

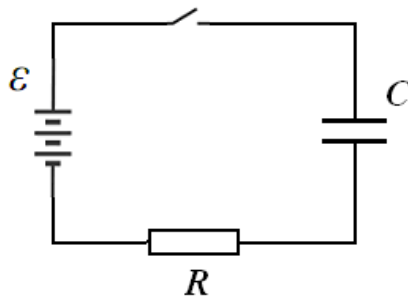
2) Оскільки $\mu < \operatorname{tg} \alpha_1$, тіло ковзає по площині. Нехай L – довжина площини. Тоді початкова потенціальна енергія $E_{\text{п}} = mgL \sin \alpha_1$, робота сили тертя $A_T = \mu mgL \cos \alpha_1$. $A_T/E_{\text{п}} = \mu \operatorname{ctg} \alpha_1 = 0,7$. Отже 70% потенціальної енергії перетвориться на теплоту. Тому на кінетичну енергію перетвориться 30% початкової потенціальної енергії.

2. Дві однакові посудини містять молекули азоту, причому у першій посудині кількість молекул у два рази більша, ніж у другій. Посудини з'єднано краном, який у початковому стані закритий. Середня квадратична швидкість молекул азоту у першій посудині дорівнює $V_1 = 400$ м/с, а у другій посудині $V_2 = 600$ м/с. Якою встановиться середня квадратична швидкість молекул, якщо кран відкрити?

Розв'язок. Оскільки газ не виконує роботу та не обмінюється теплотою із зовнішнім середовищем, внутрішня енергія системи не зміниться. Тому $U = U_1 + U_2$, де U_1, U_2 – внутрішня енергія газу у першій і другій посудинах, U – внутрішня енергія після встановлення рівноваги. Оскільки $U_1 \sim N_1 V_1^2$, $U_2 \sim N_2 V_2^2$, $U \sim (N_1 + N_2) V^2$, де N_1, N_2 – кількість молекул у першій та другій посудинах, V – середня квадратична швидкість молекул після встановлення рівноваги. Тому

$$V = \sqrt{\frac{N_1 V_1^2 + N_2 V_2^2}{N_1 + N_2}}. \text{ За умовою } N_1 = 2N_2, \text{ отже } V = \sqrt{\frac{68}{3}} \cdot 100 \approx 476 \text{ м/с.}$$

3. Конденсатор ємністю 50 мкФ підключили до джерела постійної напруги 20 В. Яка кількість теплоти виділиться у колі за час зарядження конденсатора?



Розв'язок. Нехай q – заряд, що отримає конденсатор, а Q – кількість теплоти, що виділяється у колі. $Q = A_{\text{СТ}} - W_C$, де $A_{\text{СТ}}$ – робота сторонніх сил, W_C – енергія, запасена конденсатором. $A_{\text{СТ}} = \varepsilon q$, $W_C = \varepsilon q/2 = C\varepsilon^2/2$ (де ε – електрорушійна сила джерела). Отже $Q = C\varepsilon^2/2 = 10^{-2}$ Дж.

4. Вхідний контур радіоприймача складається з котушки з індуктивністю 2,0 мГн та плоского конденсатора з площиною пластин $10,0 \text{ см}^2$, і відстанню між ними 2,0 мм. Простір між пластинами заповнений слюдою з відносною діелектричною проникністю 7,5. На яку довжину хвилі налаштований радіоприймач?

Розв'язок. Позначимо L – індуктивність котушки, S – площа обкладок конденсатора, d – відстань між ними, ε – діелектрична проникність слюди, ε_0 – діелектрична стала, C – ємність конденсатора, T – період коливань контура, c – швидкість світла. Шукана довжина хвилі $\lambda = cT = c \cdot 2\pi\sqrt{LC} = c \cdot 2\pi\sqrt{L \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}} = 480 \text{ м}$.

5. Тонка збиральна лінза має фокусну відстань $F=0.5 \text{ м}$ і утворює дійсне зображення предмета на екрані, встановленому на відстані $f=0.8 \text{ м}$ від центру лінзи. Предмет розташовано перпендикулярно до головної оптичної осі. Знайти висоту зображення, якщо висота предмета $h=1 \text{ см}$.

Розв'язок. Висота зображення $H = h \cdot \frac{f}{d}$, де d – відстань від предмета до центру лінзи. З формули лінзи $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ маємо $\frac{f}{d} = \frac{f-F}{F}$. Отже, $H = h \frac{f-F}{F} = 0,6 \text{ см}$.