Косинский Ю.И.

Электрическая емкость и диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика

Диэлектрическая проницаемость характеризует поляризацию диэлектриков под действием внешнего электрического поля. Примером может служить заряженный конденсатор, между пластинами которого расположен диэлектрик. Электрическая емкость такого конденсатора прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика. Формулу зависимости диэлектрической проницаемости от поляризуемости молекул или атомов диэлектрика дает микроскопическая теория в виде формулы Лоренц - Лоренца [1]:

$$\varepsilon = \frac{1+\dfrac{8\pi}{3}N\alpha}{1-\dfrac{4\pi}{3}N\alpha}\ , \qquad (1)$$

где N - число молекул в единице объема,

α - поляризуемость отдельной молекулы,

ε - диэлектрическая проницаемость среды диэлектрика.

При выводе формулы (1) микроскопическая теория рассматривает отдельную молекулу и считает, что она окружена сферой, радиус которой велик по сравнению с ее линейными размерами. При определении влияния среды, расположенной вне сферы, теория пренебрегает молекулярной структурой и считает среду непрерывной. Поэтому микроскопическая теория приводит к приближенному выражению для диэлектрической проницаемости (1). Также известно уравнение Клаузиса - Мосотти [2], полученное в приближении, изложенном выше:

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} = \frac{4\pi}{3}N\alpha\ . \qquad (2)$$

Как видно, уравнение (2) после несложных преобразований приводится к соотношению (1) для диэлектрической проницаемости. Формула (1) получена в предположении, что ограничений на величину произведения $N\alpha$ нет. При равенстве $\frac{4\pi}{3}N\alpha = 1$ величина диэлектрической проницаемости стремится к бесконечности без особых на то причин. Это является недостатком формулы (1), полученной с помощью микроскопической теории. В связи с выше изложенным, предлагается к рассмотрению микроструктурная модель взаимодействия электрического поля с диэлектриком. В основе которой рассматривается электрическое поле диполей, наведенных внешним электрическим полем. При этом среда диэлектрика представлена в виде атомов или молекул, взвешенных в вакууме и расположеных в узлах кубической решетки.

Рассмотрим электрическую емкость двух параллельных проводящих пластин, равномерно заряженных противоположными зарядами q(+) и q(−), между которыми расположен диэлектрик. Каждый из зарядов на пластине в точке z создает свое электрическое поле [3] согласно рис. 1.

$$E_q = \frac{q}{R^3}\vec{R}\,\vec{n} = \frac{q\,Cos(\theta)}{R^2} = \frac{q\,z}{R^3} \qquad (3)$$

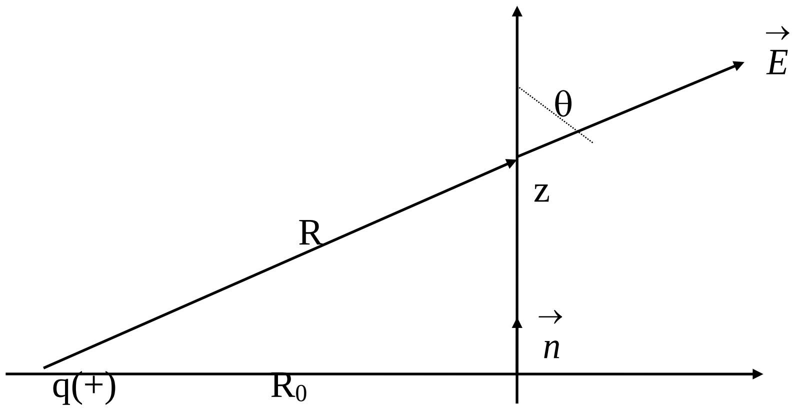

Рис.1.

Интегрирование (3) по всей плоскости пластины дает результат

$$E_+ = \frac{q}{\Delta x\,\Delta y}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} E_q R_0\, dR_0\, d\varphi = \frac{q}{\Delta x\,\Delta y}\pi\int_0^{\infty}\frac{z\, d(R_0)^2}{\left(R_0^2+z^2\right)^{3/2}} =$$

$$= -\frac{2\pi\, q\, z}{\Delta x\,\Delta y}\frac{1}{\left(R_0^2+z^2\right)^{1/2}}\Bigg|_0^{\infty} = 2\pi\, q\, N_{x\,y} \qquad (4)$$

где $N_{x\,y} = \frac{1}{\Delta x\,\Delta y}$ –поверхностная плотность зарядов на пластине.

Поле внутри двух пластин равно (при отсутствии диэлектрика)

$$E_0 = E_+ - E_- = 4\pi\, q\, N_{x\,y}\,. \qquad (5)$$

Сила действующая на заряд, помещенный между пластинами, равна

$$F = E_0\, q\,. \qquad (6)$$

Работа, затраченная по перемещению заряда от одной пластины к другой на расстояние z равна

$$A = F\, z = 4\pi\, N_{xy}\, q^2 z\,. \qquad (7)$$

Разность потенциалов между пластинами равна

$$U = \frac{A}{q} = 4\pi\, N_{xy}\, q\, z\,. \qquad (8)$$

Емкость пластин в отсутствии диэлектрика равна

$$C = \frac{\sum q}{U} = \frac{qS\,N_{xy}}{4\pi\,q\,z\,N_{xy}} = \frac{S}{4\pi\,z}, \qquad (9)$$

где S - площадь пластин.
Формулы (6) – (9) взяты из справочника [4] .

В качестве диэлектрика между пластинами конденсатора возьмем для рассмотрения сегнетоэлектрик. Благодаря существованию доменов (каждый домен имеет собственный вектор электрического поля) при отсутствии внешнего электрического поля суммарное внутреннее электрическое поле кристалла сегнетоэлектрика обычно равняется нулю. Во внешнем электрическом поле домены переориентируются против внешнего поля, создавая электрическое поле внутри кристалла $\vec{E}_p$, направленное против внешнего поля. При малых внешних полях, создаваемое поле пропорционально внешне приложенному полю.

$$\vec{E}_p = -\alpha\vec{E}. \qquad (10)$$

где $\alpha -$ безразмерная величина. При больших внешних полях, создаваемое внутреннее поле насыщается и не зависит от внешнего поля, поэтому можно записать

$$\vec{E}_p = -\vec{E}_n. \qquad (11)$$

Где $\vec{E}_n$ - электрическое поле насыщения кристалла

Этим двум крайним значениям внешнего электрического поля удовлетворяет функция

$$\vec{E}_p = -\vec{E}_n(1-\ell^{-\alpha\frac{\vec{E}}{\vec{E}_n}}). \qquad (12)$$

Действительно, при малых значениях внешнего электрического поля, когда

$$\alpha\frac{\vec{E}}{\vec{E}_n} \le 1 \qquad (13)$$

функция (12) при разложении экспоненты до первого порядка принимает значение (10). При больших значениях внешнего электрического поля, когда

$$\alpha\frac{\vec{E}}{\vec{E}_n} \ge 1 \qquad (14)$$

В функции (12) второе слагаемое в скобках равно нулю, при этом функция (12) принимает значение (11).

Так как электрическое поле, создаваемое совокупностью доменов уменьшает поле зарядов пластин $\vec{E}_0$ внутри диэлектрика, то самосогласованное уравнение для величины наведенного электрического поля доменов (12) запишется так при $\vec{E} = \vec{E}_0 - \vec{E}_p$

$$\vec{E}_p = -\vec{E}_n(1-\ell^{-\alpha\frac{\vec{E}_0}{\vec{E}_n}+\alpha\frac{\vec{E}_p}{\vec{E}_n}}) \qquad (15)$$

Рассмотрим ситуацию среднего значения поля $\vec{E}_0$, когда

$$\frac{\vec{E}_0}{\vec{E}_n} \cong 1, \qquad \frac{\vec{E}_p}{\vec{E}_n} \cong 1, \qquad \vec{E}_0 \cong \vec{E}_p. \tag{16}$$

При этом согласно (16) в уравнении (15) имеем

$$\alpha \frac{\vec{E}_0}{\vec{E}_n} - \alpha \frac{\vec{E}_p}{\vec{E}_n} \cong 0. \tag{17}$$

Первый член разложения экспоненты в (15) дает

$$\vec{E}_p = -\alpha \vec{E}_0 + \alpha \vec{E}_p, \tag{18}$$

откуда получим

$$\vec{E}_p = -\alpha \frac{\vec{E}_0}{1-\alpha}. \tag{19}$$

Общее электрическое поле между пластинами, создаваемое зарядами и совокупностью доменов, равно

$$\vec{E} = \vec{E}_9 + \vec{E}_p = \vec{E}_0 (1 - \frac{\alpha}{1-\alpha}). \tag{20}$$

Электрическое поле внутри пластин (20) представим так

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{(\frac{1-\alpha}{1-2\alpha})} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}, \tag{21}$$

где ε есть диэлектрическая проницаемость диэлектрика

$$\varepsilon = \frac{1-\alpha}{1-2\alpha}. \tag{22}$$

Сила действующая на заряд, помещенный между пластинами, теперь равна

$$\vec{F} = \vec{E}q = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon} q \ . \tag{23}$$

Работа, затраченная по перемещению заряда от одной пластины к другой на расстояние z равна

$$A = Fz = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon} qz = \frac{4\pi N_{xy} q^2 z}{\varepsilon}. \tag{24}$$

Разность потенциалов между пластинами теперь равна

$$U = \frac{A}{q} = \frac{4\pi N_{xy} qz}{\varepsilon}. \tag{25}$$

Емкость пластин в присутствии диэлектрика между пластинами равна

$$C = \frac{\sum q}{U} = \frac{\varepsilon q S N_{xy}}{4\pi q z N_{xy}} = \frac{\varepsilon S}{4\pi z}, \tag{26}$$

При значении α близком к $\frac{1}{2}$ диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектрика может достигать высоких величин. При этом соотношение (19) примет значение

$$\vec{E}_p \cong -\vec{E}_0, \tag{27}$$

т.е. внутри кристалла наведенное внутреннее электрическое поле практически полностью компенсирует внешнее поле заряда конденсатора и высокое значение диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков физически объяснимо.

Обратимся теперь к формуле диэлектрической проницаемости (1) Лоренц - Лоренца. Формула имеет особую точку при значении

$$\frac{4}{3}\pi\alpha N \cong 1, \tag{28}$$

что физически необъяснимо.

Литература

1. М. Борн, Э. Вольф, Основы оптики, 110-114, (1970).
2. Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, Справочник по физике, 369, (1968).
3.Б.М. Яворский, А.А. Детлаф, Справочник по физике, 346, (1968).
4. А.В. Беклемишев, Меры и единицы физических величин, 280, (1963).