Косинский Ю.И.

Взаимодействие волны электрического поля с оптической средой в микроструктурной модели в случае падения волнового вектора на плоскость среды под углом, при этом вектор электрического поля находится в плоскости падения

В работе [1] была решена задача прохождения и отражения электрической волны сквозь оптическую среду в представлении микроструктурной модели взаимодействия. При этом волновой вектор падал под произвольным углом к плоскости среды, а электрический вектор находился перпендикулярно плоскости падения луча.

Интегральное уравнение для волн электрического поля, излучаемых диполями, находящимися в плоскости решетки структуры среды в случае падения возбуждающей волны электрического поля под углом α к плоскости среды имело такой вид.

$$E_l(z_l) = iA_\alpha E_0\, \ell^{ikCos(\alpha)z_l} + ik_\alpha{}'\, \ell^{-ikCos(\alpha)z_l} \int\limits_{z_l}^{z_p} E_j(z_j)\, \ell^{ikCos(\alpha)z_j} dz_j +$$

$$+ ik_\alpha{}'\, \ell^{ikCos(\alpha)z_l} \int\limits_{z_1}^{z_l} E_j(z_j)\, \ell^{-ikCos(\alpha)z_j} dz_j, \tag{1}$$

где

$$k_\alpha{}' = -i\frac{\overline{\overline{r_\alpha}}}{\Delta z} = 2\pi\frac{k}{Cos(\alpha)} N_{xyz}\, \alpha\,. \tag{2}$$

В данной работе будет решена задача прохождения и отражения электрической волны сквозь оптическую среду в представлении микроструктурной модели взаимодействия. При этом волновой вектор падает под произвольным углом к плоскости среды, а электрический вектор находится в плоскости падения луча.

Электрический вектор в плоскости падения на границе раздела сред при прохождении (Рис. 1) и отражении (Рис. 2) испытывает следующие преобразования.

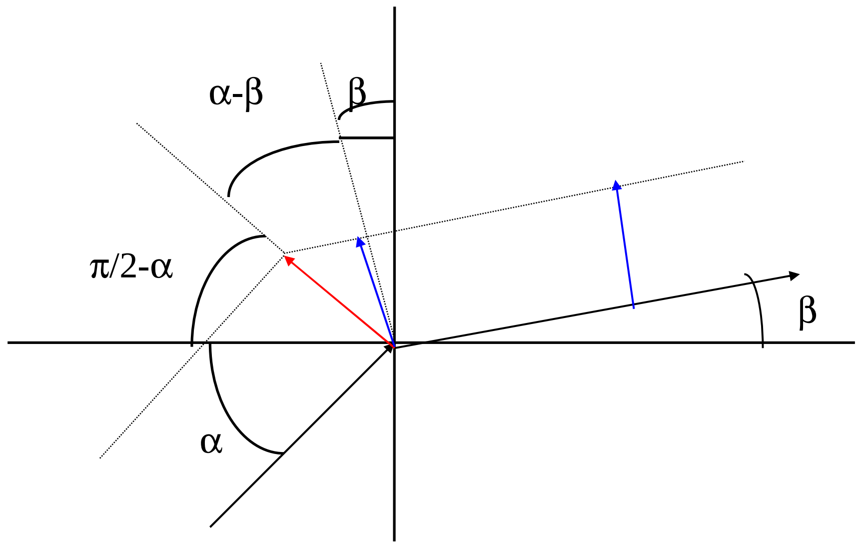
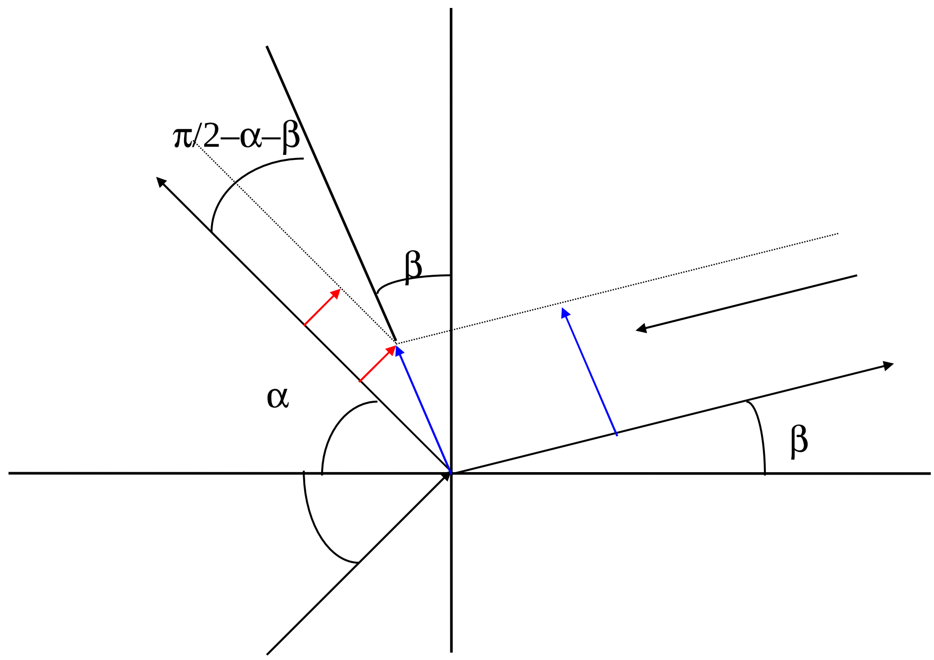


Рис.1

Согласно рис.1, электрический вектор падающей волны на входе в оптическую среду $\vec{E}_{\alpha}$ терпит преобразование, превращаясь в электрический вектор преломленной волны $\vec{E}_{\beta}$, согласно соотношению:

$$\left|\vec{E}_{\beta}\right| = \left|\vec{E}_{\alpha}\right| Cos(\alpha - \beta). \qquad (3)$$



α

Рис.2

Согласно рис.2, электрический вектор преломленной волны на выходе из оптической среды, двигающийся в среде в обратном направлении $\overleftarrow{E_\beta}$ терпит преобразование, превращаясь в электрический вектор отраженной волны $\overleftarrow{E_\alpha}$, согласно соотношению:

$$\left|\overleftarrow{E_\alpha}\right| = \left|\overleftarrow{E_\beta}\right| Sin(\pi/2-\alpha-\beta) = \left|\overleftarrow{E_\beta}\right| Cos(\alpha+\beta). \qquad (4)$$

Если электрический вектор находится в плоскости падения луча, интегральное уравнение (1), (2) для волн электрического поля, излучаемых диполями, находящимися в плоскости решетки структуры среды в случае падения возбуждающей волны электрического поля под углом α к плоскости среды, учитывая соотношения (3), (4) будет иметь такой вид.

$$\begin{aligned} E_l(z_l) = {} & iA_\alpha E_0\, \ell^{ikCos(\alpha)z_l} + \\ & + iCos(\alpha+\beta)k'_\alpha\, \ell^{-ikCos(\alpha)z_l} \int_{z_l}^{z_p} E_j(z_j)\, \ell^{ikCos(\alpha)z_j} dz_j + \\ & + iCos(\alpha-\beta)k'_\alpha\, \ell^{ikCos(\alpha)z_l} \int_{z_1}^{z_l} E_j(z_j)\, \ell^{-ikCos(\alpha)z_j} dz_j, \end{aligned} \qquad (5)$$

где $$k_\alpha' = -i\frac{\overline{\overline{r_\alpha}}}{\Delta z} = 2\pi\frac{k}{Cos(\alpha)} N_{xyz}\,\alpha. \qquad (6)$$

Для амплитуд суммарного (суммируются волны, излучаемые плоскими источниками переизлучения) электрического поля волн двух направлений, распространяющихся в среде, в случае падения возбуждающей волны под углом α к плоскости среды, формулы будут иметь следующую функциональную зависимость.

$$E_l^+ = E_0 \ell^{ikCos(\alpha) z_l} +$$

$$Cos(\alpha-\beta)\sum_{z_j=z_1}^{z_l} E_j(z_j)\,\ell^{\,ikCos(\alpha)(z_l-z_j)}, \qquad (7)$$

$$E_{l+1}^- = Cos(\alpha+\beta)\sum_{z_j=z_{l+1}}^{z_p} E_j(z_j)\,\ell^{\,ikCos(\alpha)(z_j-z_{l+1})}, \qquad (8)$$

где значения амплитуд волн источников переизлучения $E_j(z_j)$ необходимо брать из решения уравнения (5).

При решении уравнения (5) для краткости записи введем обозначения:

$$k'_\alpha = 2\pi N\alpha\frac{k}{Cos(\alpha)}, \quad A_\alpha = k'_\alpha\,\Delta z, \quad c = Cos(\alpha+\beta), \quad d = Cos(\alpha-\beta), \qquad (9)$$

$$\bar{\bar{k}} = kCos(\alpha).$$

Прибавим в уравнение (7) слева и справа от равенства величину

$$Cos(\alpha-\beta)E_l(z_l), \qquad (10)$$

а в уравнение (8) прибавим слева и справа от равенства величину

$$Cos(\alpha+\beta)E_l(z_l). \qquad (11)$$

После сложения, уравнения (7), (8) с учетом (10), (11) можно записать в таком виде:

$$E_l^+ = Cos(\alpha-\beta)E_l(z_l) + E_{l-1}^+\ell^{i\bar{k}(z_l-z_{l-1})},$$
$$E_l^- = Cos(\alpha+\beta)E_l(z_l) + E_{l+1}^-\ell^{i\bar{k}(z_{l+1}-z_l)}. \qquad (12)$$

Левую и правую часть уравнения (5) умножим на величину $Cos(\alpha-\beta)$ и от интегралов в правой части перейдем к суммам. В итоге запишем.

$$Cos(\alpha-\beta)E_l = \bar{\bar{r}}\; E_0\ell^{i\bar{k}z_l} + \bar{\bar{r}}\; B\sum_{z_j=z_l}^{z_p} E_j \ell^{ik(z_j-z_l)} +$$

$$+\bar{\bar{r}}\sum_{z_1}^{z_l} E_j \ell^{-ik(z_j-z_l)}, \qquad (13)$$

где введены обозначения:

$$\bar{\bar{r}} = Cos^2(\alpha-\beta)ik_\alpha' = i2\pi N_{xy}\alpha \frac{kCos^2(\alpha-\beta)}{Cos(\alpha)}. \qquad (14)$$

В уравнении (13) выделим из сумм слагаемое, пропорциональное $E_l(z_l)$. Затем перенесем слагаемое в левую часть уравнения. В результате запишем.

$$E_l(z_l)Cos(\alpha-\beta)(1-\bar{r}B^2) = \bar{r}E_0\ell^{i\bar{k}z_l} +$$

$$+\bar{r}B\sum_{z_j=z_{l+1}}^{z_p} E_j(z_j)\ell^{i\bar{k}(z_j-z_l)} + \qquad (15)$$

$$+\bar{r}\sum_{z_j=z_1}^{z_{l-1}} E_j(z_j)\ell^{i\bar{k}(z_l-z_j)}.$$

В (15) введены обозначения. $B = \dfrac{Cos(\alpha+\beta)}{Cos(\alpha-\beta)}$. (16)

Поделив уравнение (15) на коэффициент в левой части при $E_l(z_l)$ и использовав соотношения (12), можем записать:

$$Cos(\alpha-\beta)E_l(z_l) = r(z_l)E_{l-1}^{+}\ell^{i\bar{k}(z_l-z_{l-1})} + r(z_l)BE_{l+1}^{-}\ell^{i\bar{k}(z_{l+1}-z_l)}, \qquad (17)$$

где в (15), (17) введены обозначения

$$\bar{r} = i2\pi N_{xy}\alpha \frac{kCos(\alpha-\beta)^2}{Cos(\alpha)}, \quad r(z_l) = \frac{\bar{r}}{1-\bar{r}B^2},$$

$$k' = 2\pi N_{xyz}\frac{kCos(\alpha-\beta)^2}{Cos(\alpha)}. \qquad (18)$$

Подставим значение амплитуды волны переизлучающей плоскости (17) в систему уравнений (12). В результате получим.

$$E_l^{+} = (1+r)E_{l-1}^{+}\ell^{i\bar{k}(z_l - z_{l-1})} + BrE_{l+1}^{-}\ell^{i\bar{k}(z_{l+1} - z_l)}, \tag{19}$$

$$E_l^{-} = (1+B^2 r)E_{l+1}^{-}\ell^{i\bar{k}(z_{l+1} - z_l)} + BrE_{l-1}^{+}\ell^{i\bar{k}(z_l - z_{l-1})}. \tag{20}$$

Из уравнения (20) легко получается такая зависимость:

$$E_{l+1}^{-}\ell^{i\bar{k}(z_{l+1} - z_l)} = -\frac{Br}{1+cB^2 r}E_{l-1}^{+}\ell^{i\bar{k}(z_l - z_{l-1})} + \frac{1}{1+B^2 r}E_l^{-}. \tag{21}$$

Подставив соотношение (21) в уравнение (19) совместно с уравнением (21) получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} E_l^{+} = \left(1+r-\dfrac{r^2B^2}{1+rB^2}\right)E_{l-1}^{+}\ell^{i\bar{k}(z_l - z_{l-1})} - \dfrac{rB}{1+rB^2}E_l^{-}, \\ E_{l+1}^{-} = -\dfrac{rB}{1+rB^2}E_{l-1}^{+}\ell^{i\bar{k}(2z_l - z_{l-1} - z_{l+1})} + \dfrac{1}{1+rB^2}E_l^{-}\ell^{i\bar{k}(z_l - z_{l+1})}. \end{cases} \tag{22}$$

Имея следующие соотношения, можно упростить коэффициенты в уравнении (22):

$$r = \frac{\bar{r}}{1-\bar{r}B^2}, \quad \bar{r} = \frac{r}{1+rB^2}, \quad \frac{1}{1+rB^2} = 1-\bar{r}B^2, \quad 1+r-\frac{r^2B^2}{1+rB^2} = 1+\bar{r}. \tag{23}$$

$$\partial z_l = \frac{z_{l+1} - z_{l-1}}{2}, \quad \partial^2 z_l = \frac{2z_l - z_{l-1} - z_{l+1}}{}. \tag{24}$$

Учитывая соотношения (22), (23), систему уравнений (22) запишем в матричной форме:

$$\Delta M_l(z_l)\begin{pmatrix} E_{l-1}^{+} \\ E_l^{-} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_l^{+} \\ E_{l+1}^{-} \end{pmatrix}, \tag{25}$$

где матрица ΔM_l в матричном соотношении (25) равна:

$$\Delta M_l(z_l) = \ell^{i\bar{k}\partial^2 z_l} \begin{pmatrix} \left[1+\bar{r}(z_l)\right]\ell^{i\bar{k}\partial z_l} & \bar{r}\,B\ell^{-i\bar{k}\partial^2 z_l} \\ -\bar{r}\,B\ell^{i\bar{k}\partial^2 z_l} & \left[1-\bar{r}(z_l)B^2\right]\ell^{-i\bar{k}\partial z_l} \end{pmatrix}. \qquad (26)$$

При равенстве расстояний между переизлучающими плоскостями матричные элементы матрицы (26) примут вид:

$$\Delta M = \begin{pmatrix} (1+i|\bar{r}|)\ell^{i\theta} & i|\bar{r}|B \\ -i|\bar{r}|B & (1-i|\bar{r}|B^2)\ell^{-i\theta} \end{pmatrix}, \qquad (27)$$

где в элементах матрицы (27) введены обозначения:

$$\theta = \bar{k}\,\Delta z = kCos(\alpha)\Delta z, \qquad |\bar{r}| = 2\pi N_{xy}\frac{kCos^2(\alpha-\beta)}{Cos(\alpha)}. \qquad (28)$$

Найдем собственные значения матрицы (27). Матричные элементы матрицы в общем виде обозначим так:

$$\Delta M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}. \qquad (29)$$

Собственные значения матрицы (29) находятся из матричного уравнения:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \lambda\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}. \qquad (30)$$

Они равны

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_{11}+a_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_{11}-a_{22}}{2}\right)^2 + a_{12}a_{21}}\,. \qquad (31)$$

Если подставить матричные значения из матрицы (27) в собственное значение (31) мы получим:

$$\lambda_{1,2} = 1 + i\,\bar{k}\,\Delta z\left[\frac{\left|\bar{r}\right|}{2\,\bar{k}\,\Delta z}(1-B^2) \pm \left(1+\frac{\left|\bar{r}\right|}{\bar{k}\,\Delta z}(1+B^2)+\left(\frac{\left|\bar{r}\right|}{2\,\bar{k}\,\Delta z}(1-B^2)\right)^2\right)^{1/2}\right]. \qquad (32)$$

В соотношениях (27), (31), (32) были учтены следующие упрощения:

$$\theta = \bar{k}\,\Delta z << 1, \quad Sin(\theta) \cong \theta = \bar{k}\,\Delta z, \quad Cos(\theta) \cong 1, \quad \left|\bar{r}\right| << 1.$$

В квадратных скобках соотношения (32) были отброшены слагаемые, которые по величине <<1.

Введя обозначения, запишем:

$$\lambda_{1,2} \cong 1 + i\,\bar{k}\,\Delta z(\mu \pm u) \cong \ell^{i\,\bar{k}\,\Delta z(\mu \pm u)}, \qquad (33)$$

где обозначения имеют следующие значения:

$$u = \left(1+\frac{\left|\bar{r}\right|}{\bar{k}\,\Delta z}(1+B^2)+\left(\frac{\left|\bar{r}\right|}{2\,\bar{k}\,\Delta z}(1-B^2)\right)^2\right)^{1/2}, \qquad (34)$$

$$\mu = \frac{\left|\bar{r}\right|}{2\,\bar{k}\,\Delta z}(1-B^2) = \pi\, N_{xyz}\,\alpha\frac{Cos^2(\alpha-\beta)}{Cos^2(\alpha)}(1-B^2), \qquad (35)$$

$$\left|\bar{r}\right| = 2\pi\, N_{xy}\alpha\, k\,\frac{Cos^2(\alpha-\beta)}{Cos(\alpha)}, \qquad (36)$$

$$B = \frac{Cos(\alpha+\beta)}{Cos(\alpha-\beta)}, \quad \bar{k} = kCos(\alpha). \qquad (37)$$

Соотношение (33) для собственного значения можно представить как два первых слагаемых разложения экспоненты в виду бесконечно малой величины $\overline{\theta} = \Delta z\, kCos(\alpha)$.

$$\lambda_{1,2} \cong 1 + i\overline{\theta}\left[\mu \pm u\right] \cong \ell^{i\overline{\theta}[\mu \pm u]} . \qquad (38)$$

Если для матрицы (27), (28) матричного уравнения (25) собственные значения (38) найдены, то матричное уравнение и матрицу можно представить в таком виде:

$$\begin{pmatrix} E_l^+ \\ E_{l+1}^- \end{pmatrix} = \Delta M \begin{pmatrix} E_{l-1}^+ \\ E_l^- \end{pmatrix}, \quad \Delta M = (T)\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}(T^{-1}) , \qquad (39)$$

где (T) – преобразующая матрица, (T^{-1}) – обратная преобразующей матрице таким образом, что (T)(T^{-1})=(1). (40)

Матричные элементы обратной матрицы выражаются через матричные элементы преобразующей матрицы таким образом:

$$(T) = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}, \quad (T^{-1}) = \begin{pmatrix} T_{22} & -T_{12} \\ -T_{21} & T_{11} \end{pmatrix}. \qquad (40)$$

Матричные элементы преобразующей матрицы выражаются через матричные элементы основной матрицы таким образом:

$$(T) = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{a_{12}(\lambda_2 - \lambda_1)}} \begin{pmatrix} a_{12} & a_{12} \\ \lambda_1 - a_{11} & \lambda_2 - a_{11} \end{pmatrix}. \qquad (41)$$

Сделав замену индексов $l \to l-1$ в матричном соотношении (39) слева и справа, получим:

$$\begin{pmatrix} E_{l-1}^+ \\ E_l^- \end{pmatrix} = \Delta M \begin{pmatrix} E_{l-2}^+ \\ E_{l-1}^- \end{pmatrix} . \qquad (42)$$

Подставим вектор (42) справа в матричное соотношение (39).

$$\begin{pmatrix} E_l^+ \\ E_{l+1}^- \end{pmatrix} = (\Delta M)^2 \begin{pmatrix} E_{l-2}^+ \\ E_{l-1}^- \end{pmatrix} . \qquad (43)$$

Еще раз сделаем замену индексов в матричном соотношении (42).

$$\begin{pmatrix} E_{l-2}^{+} \\ E_{l-1}^{-} \end{pmatrix} = \Delta M \begin{pmatrix} E_{l-3}^{+} \\ E_{l-2}^{-} \end{pmatrix} \qquad (44)$$

и подставим в матричное соотношение (43). В результате получим.

$$\begin{pmatrix} E_{l}^{+} \\ E_{l+1}^{-} \end{pmatrix} = (\Delta M)^{3} \begin{pmatrix} E_{l-3}^{+} \\ E_{l-2}^{-} \end{pmatrix}. \qquad (45)$$

Если в оптическом слое среды переизлучающих плоскостей $p = \frac{L}{\Delta z} + 1$, матричное соотношение для слоя среды запишется:

$$\begin{pmatrix} E_{p}^{+} \\ E_{p+1}^{-} \end{pmatrix} = (\Delta M)^{p} \begin{pmatrix} E_{0}^{+} \\ E_{1}^{-} \end{pmatrix}. \qquad (46)$$

В матричном соотношении (46) имеется ввиду $E_{p+1}^{-} = 0$, так как с номером $P+1$ такой плоскости нет.

В итоге для матрицы слоя оптической среды, используя соотношения (39), (40), (46), имеем функциональную зависимость.

$$(M) = (\Delta M)^{p} = (T) \begin{pmatrix} (\lambda_1)^{p} & 0 \\ 0 & (\lambda_2)^{p} \end{pmatrix} (T^{-1}). \qquad (47)$$

Найдем матричные элементы преобразующей (41) матрицы (T). Из (27), (29), (38) следует:

$$\sqrt{a_{12}(\lambda_2 - \lambda_1)} = \left(-\bar{r}\, B i 2\bar{\theta} u\right)^{1/2} = \left(2B\left|\bar{r}\right|\bar{\theta} u\right)^{1/2}, \quad \lambda_1 - \lambda_2 = 2i\bar{\theta} u,$$

$$\lambda_{1,2} - a_{11} = i\bar{\theta}[-1 - \mu_{+} \pm u], \quad \mu_{+} = \frac{\left|\bar{r}\right|(1+B^{2})}{2\bar{\theta}}. \qquad (48)$$

Используя экспоненциальное представление собственного значения (38), а также (40), (41), (48) для функциональной зависимости (47) можно записать:

$$(M)=(\Delta M)^{p}=(T)\ell^{ikCos(\alpha)\mu L}\begin{pmatrix}\ell^{ikCos(\alpha)uL} & 0\\ 0 & \ell^{-ikCos(\alpha)uL}\end{pmatrix}(T^{-1}), \tag{49}$$

$$(T)=\frac{1}{i\sqrt{2\frac{B}{\theta}\left|\bar{r}\right|u}}\begin{pmatrix}-\frac{B}{\theta}\left|\bar{r}\right| & -\frac{B}{\theta}\left|\bar{r}\right|\\ (1+\mu_{+}-u) & (1+\mu_{+}+u)\end{pmatrix}, \tag{50}$$

$$(T^{-1})=\frac{1}{i\sqrt{2\frac{B}{\theta}\left|\bar{r}\right|u}}\begin{pmatrix}(1+\mu_{+}+u) & \frac{B}{\theta}\left|\bar{r}\right|\\ -(1+\mu_{+}-u) & -\frac{B}{\theta}\left|\bar{r}\right|\end{pmatrix}, \tag{51}$$

Прямое произведение матриц (50), (51) в матричном произведении (49) приводит к следующим функциональным зависимостям для матричных элементов матрицы (49) слоя оптической среды.

$$M_{11}=\frac{\ell^{i\bar{k}\mu L}}{u}\left[uCos(\bar{k}uL)+i(1+\mu_{+})Sin(\bar{k}uL)\right], \tag{52}$$

$$M_{12}=i\frac{\ell^{i\bar{k}\mu L}}{u}B\frac{\left|\bar{r}\right|}{\theta}Sin(\bar{k}uL), \tag{53}$$

$$M_{21}=-i\frac{\ell^{i\bar{k}\mu L}}{u}B\frac{\left|\bar{r}\right|}{\theta}Sin(\bar{k}uL), \tag{54}$$

$$M_{22} = \frac{\ell^{i\bar{k}\mu L}}{u}\left[uCos(\bar{k}uL) - i(1+\mu_+)Sin(\bar{k}uL)\right], \quad (55)$$

В матричных элементах (52) – (55) введены обозначения:

$$\bar{k} = kCos(\alpha),$$

$$\mu_+ = \frac{\pi N\alpha Cos^2(\alpha-\beta)}{Cos^2(\alpha)}(1+B^2), \quad (56)$$

$$\mu = \frac{\pi N\alpha Cos^2(\alpha-\beta)}{Cos^2(\alpha)}(1-B^2).$$

$$\left|\bar{r}\right| = 2\pi N_{xy}\alpha k \frac{Cos^2(\alpha-\beta)}{Cos(\alpha)}, \theta = \Delta z\, kCos(\alpha). \quad (57)$$

$$u = \sqrt{1+2\mu_+ + \mu^2}. \quad (58)$$

В обозначениях (56) α – угол падения возбуждающей волны на плоскость слоя оптической среды, β – угол преломления падающей волны, N – объемная плотность атомов оптической среды, α – поляризуемость атомов оптической среды.

Следует заметить, что матрица слоя среды (52) –(55) обладает свойством аддитивности

$$(M(L_1))(M(L_2)) = (M(L_1+L_2)), \quad (59)$$

а детерминант этой матрицы равен по модулю единице.

$$Det(M) = M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21} = 1\cdot\ell^{i2\bar{k}\mu L}. \quad (60)$$

Матричное соотношение (46) перепишем в таком виде:

$$\begin{pmatrix} E_p^+ \\ 0 \end{pmatrix} = (M)\begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_1^- \end{pmatrix}. \quad (61)$$

Если известны матричные элементы (52) – (55) матрицы матричного соотношения (55), неизвестные амплитуды прошедшей и отраженной волн находятся из системы двух уравнений матричного соотношения (61) таким образом:

$$E_p^+ = E_0^+ \frac{Det(M)}{M_{22}(L)}, \quad E_1^- = -E_0^+ \frac{M_{21}(L)}{M_{22}(L)}. \tag{62}$$

Если подставить матричные значения (52) – (55) в функциональные зависимости (62), мы получим следующие соотношения:

$$E_p^+ = E_0^+ \frac{\ell^{i\bar{k}\mu L}}{D_\alpha} \frac{4u}{(1-\mu)^2 - u^2},$$

$$E_1^- = E_0^+ \frac{Cos(\alpha+\beta)}{Cos(\alpha-\beta)} \frac{\ell^{-i\bar{k}uL} - \ell^{i\bar{k}uL}}{D_\alpha}, \tag{63}$$

$$D_\alpha = \frac{1+u+\mu}{1-u-\mu} \ell^{-i\bar{k}uL} - \frac{1-u+\mu}{1+u-\mu} \ell^{i\bar{k}uL}. \tag{64}$$

Найдем амплитуды встречных волн внутри слоя среды из матричного соотношения

$$\begin{pmatrix} E_j^+ \\ E_{j+1}^- \end{pmatrix} = (M(z_j)) \begin{pmatrix} E_0^+ \\ E_1^- \end{pmatrix}, \tag{65}$$

из которого следует система двух уравнений

$$E_j^+ = M_{11}(z_j)E_0^+ + M_{12}(z_j)E_1^-,$$
$$E_{j+1}^- = M_{21}(z_j)E_0^+ + M_{22}(z_j)E_1^-. \tag{66}$$

Значение отраженной волны E_1^- в уравнении (66) подставим из соотношения (62) и в итоге получим:

$$E_j^+ = E_0^+ \frac{M_{11}(z_j)M_{22}(L) - M_{12}(z_j)M_{21}(L)}{M_{22}(L)},$$
$$E_{j+1}^- = E_0^+ \frac{M_{22}(L)M_{21}(z_j) - M_{22}(z_j)M_{21}(L)}{M_{22}(L)}. \qquad (67)$$

Матричные элементы матрицы в плоскости с координатой z слоя среды равны

$$M(Z) = \frac{\ell^{i\bar{k}\mu z}}{2u} *$$
$$* \left(\begin{array}{c|c} (1+\mu_+ + u)\ell^{i\bar{k}uz} - (1+\mu_+ - u)\ell^{-i\bar{k}uz} & B(\mu_+ + \mu)\left(\ell^{i\bar{k}uz} - \ell^{-i\bar{k}uz}\right) \\ \hline -B(\mu_+ + \mu)\left(\ell^{i\bar{k}uz} - \ell^{-i\bar{k}uz}\right) & -(1+\mu_+ - u)\ell^{i\bar{k}uz} + (1+\mu_+ + u)\ell^{-i\bar{k}uz} \end{array} \right)$$

(68)

Подставив матричные элементы (52)–(55) матрицы слоя среды и матричные элементы матрицы с координатой плоскости (z) (68) в соотношение (67), получим:

$$E_j^+(\mathrm{z}) = E_0 \ell^{i\bar{k}\mu z_j} *$$
$$* \frac{\frac{1+u+\mu}{1-u-\mu}\ell^{-i\bar{k}u(L-z_j)} - \frac{1-u+\mu}{1+u-\mu}\ell^{i\bar{k}u(L-z_j)}}{\frac{1+u+\mu}{1-u-\mu}\ell^{-i\bar{k}uL} - \frac{1-u+\mu}{1+u-\mu}\ell^{i\bar{k}uL}}, \qquad (69)$$

$$E_{j+1}^{-} = -E_0 B \ell^{i\bar{k}\mu z_j} *$$

$$* \frac{\ell^{i\bar{k}u(L-z_j)} - \ell^{-i\bar{k}u(L-z_j)}}{\frac{1+u+\mu}{1-u-\mu}\ell^{-i\bar{k}uL} - \frac{1-u+\mu}{1+u-\mu}\ell^{i\bar{k}uL}}. \qquad (70)$$

Литература

1. Косинский Ю.И., Взаимодействие волны электрического поля с оптической средой в микроструктурной модели в случае падения волнового вектора на плоскость среды под углом, при этом вектор электрического поля перпендикулярен плоскости падения луча, 1–15, (2002).