

Взаимодействие волны электрического поля с оптической средой в микроструктурной модели в случае падения волнового вектора на плоскость среды под углом, при этом вектор электрического поля перпендикулярен плоскости падения

В работе [1] в представлении микроструктурной модели взаимодействия волны электрического поля со средой в случае нормального падения волнового вектора на плоскость среды было выведено уравнение для величины диполя, поляризуемого падающей волной электрического поля, находящегося в плоскости решетки структуры среды.

$$\begin{aligned} \vec{p}_l(z_l) = \alpha \vec{E}_0 e^{ikz_l} + \alpha k^2 \sum_{z_l} \vec{p}_j(z_l) \sum_{x_j-y_j} \frac{e^{ikR_{lj}}}{R_{lj}} + \\ + \alpha k^2 \vec{p}_l(z_l) \sum_{z_l} \frac{e^{ikR_{lj}}}{R_{lj}} \end{aligned} \quad (1)$$

Взятие сумм в уравнении (1), в случае нормального падения электрической волны на среду,

$$I_1 = \sum_{\substack{x_j-y_j \\ z_j \neq z_l}} \frac{e^{ikR_{lj}}}{R_{lj}} = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ik\sqrt{x^2+y^2+z^2}}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dx dy, \quad (2)$$

$$I_1 = \frac{2\pi N}{ik} \int_0^{\infty} \frac{d}{d(\rho^2)} \left(e^{ik\sqrt{\rho^2+z^2}} \right) d(\rho^2) = i \frac{2\pi N}{k} e^{ikz}. \quad (3)$$

и соответствующие преобразования [2] привели к интегральным уравнениям для волн электрического поля, излучаемых диполями, находящимися в плоскости решетки структуры среды.

$$E_l(z_l) = iAE_0 \ell^{ikz_l} + ik' \ell^{-ikz_l} \int_{z_l}^{z_p} E_j(z_j) \ell^{ikz_j} dz_j +$$

$$+ ik' \ell^{ikz_l} \int_{z_1}^{z_l} E_j(z_j) \ell^{-ikz_j} dz_j, \quad (4)$$

$$\frac{d}{dz_l} E_l(z_l) = -AkE_0 \ell^{ikz_l} + kk' \ell^{-ikz_l} \int_{z_l}^{z_p} E_j(z_j) \ell^{ikz_j} dz_j -$$

$$- kk' \ell^{ikz_l} \int_{z_1}^{z_l} E_j(z_j) \ell^{-ikz_j} dz_j, \quad (5)$$

где $A = k' \Delta z$, $\Delta z = z_{l+1} - z_l$, $k' = 2\pi k N \alpha$, (6)

α – поляризуемость атома,

N – объемная плотность дипольного момента в среде,

$k = \frac{\omega}{c}$ – волновой вектор волны электрического поля.

Производная от уравнения (5) приводит к следующему волновому уравнению

$$\frac{d^2}{(dz)^2} E_l(z_l) + (k^2 + 2kk') E_l(z_l) = 0, \quad (7)$$

решение которого совместно с уравнением (4) дает следующую зависимость для амплитуд электрических волн, излучаемых плоскостями, в которых расположены диполи

$$E_l(z_l) = E_0 \frac{ik\Delta z}{D} \left[(1-u) \ell^{iku(L-z_l)} - (1+u) \ell^{-iku(L-z_l)} \right]. \quad (8)$$

Значения амплитуд являются функциями параметров, которые характеризуют всю систему переизлучения в целом :

$$\Delta z = z_{l+1} - z_l, \quad L = z_p - z_1, \quad u, \quad k, \quad E_0.$$

$$u = \sqrt{1 + 2 \frac{k'}{k}} = \sqrt{1 + 4\pi N \alpha}. \quad (9)$$

Волны от источника переизлучения распространяются в двух противоположных направлениях со скоростью света в вакууме.

При соблюдении условий установившегося процесса, в котором учтены все обратные связи между условными плоскими источниками переизлучения, вклад в суммарное (измеряемое) электрическое поле волны прямого направления вносят источники, расположенные слева от плоскости наблюдения, а вклад в суммарное электрическое поле волны обратного направления вносят источники, расположенные справа от плоскости наблюдения. Это утверждение является аксиомой, не требующей доказательства.

$$E_l^+ = E_0 \ell^{ikz_l} + \sum_{z_j=z_1}^{z_l} E_j(z_j) \ell^{ik(z_l-z_j)}, \quad (10)$$

$$E_{l+1}^- = \sum_{z_j=z_{l+1}}^{z_p} E_j(z_j) \ell^{ik(z_j-z_{l+1})}, \quad (11)$$

где значения амплитуд волн источников переизлучения $E_j(z_j)$ необходимо брать из формулы (6).

Из соотношений (10), (11), (8) были найдены [3] амплитуды суммарных электрических волн в различных сечениях рассматриваемой системы для слоя среды шириной L . Перед слоем среды $l = 0$, $z_0 = 0$, $z_1 = 0$,

$$E_0^+ = E_0,$$

$$E_1^-(z_1) = E_0 \frac{\ell^{-ikuL} - \ell^{ikuL}}{\frac{1+u}{1-u} \ell^{-ikuL} - \frac{1-u}{1+u} \ell^{ikuL}}. \quad (12)$$

Внутри слоя среды в пределах вакуумного промежутка между плоскостями z_l и z_{l+1} , где $1 \leq l \leq p-1$, $L - z_p = 0$, $z_1 = 0$.

$$E_l^+(z_l) = E_0 \frac{\frac{1+u}{1-u} \ell^{-iku(L-z_l)} - \frac{1-u}{1+u} \ell^{iku(L-z_l)}}{\frac{1+u}{1-u} \ell^{-ikuL} - \frac{1-u}{1+u} \ell^{ikuL}}, \quad (13)$$

$$E_{l+1}^-(z_{l+1}) = E_0 \frac{\ell^{-iku(L-z_{l+1})} - \ell^{iku(L-z_{l+1})}}{\frac{1+u}{1-u} \ell^{-ikuL} - \frac{1-u}{1+u} \ell^{ikuL}}. \quad (14)$$

За пределами среды $l = p$, $z_{p+1} = z_p$.

$$E_p^+ = E_0 \frac{\frac{1+u}{1-u} - \frac{1-u}{1+u}}{\frac{1+u}{1-u} \ell^{-ikuL} - \frac{1-u}{1+u} \ell^{ikuL}}, \quad (14^A)$$

$$E_{p+1}^- = 0.$$

Для полубесконечной среды [4].

Перед границей раздела.

$$E_0^+(z=0) = E_0, \quad (15)$$

$$E_1^-(z=0) = E_0 \frac{1-u}{1+u}, \quad (15^A)$$

Внутри среды.

$$E_l^+(z=z_l) = E_0 \ell^{ikuz_l}, \quad (16)$$

$$E_{l+1}^-(z=z_{l+1}) = E_0 \frac{1-u}{1+u} \ell^{ikuz_{l+1}}. \quad (17)$$

На бесконечности.

$$E_p^+(z=\infty) = 0, \quad (18)$$

$$E_{p+1}^-(z = \infty) = 0. \quad (19)$$

Если электрическая волна пронизывает плоскость решетки среды, в которой расположены диполи, под углом α , функциональная зависимость для суммы $I_1(2), (3)$ будет другой. Выведем эту зависимость согласно рис. 1.

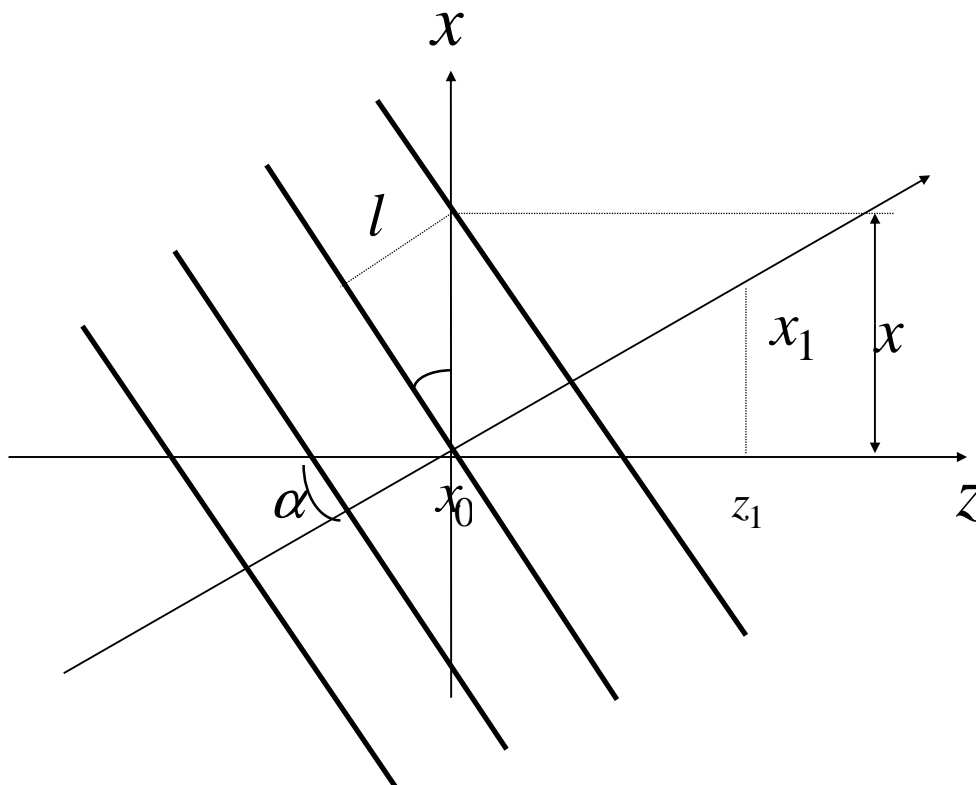


Рис. 1.

На плоскость $x-y$, где расположены диполи, под углом α падает плоская электрическая волна, волновые фронты которой показаны на рис. 1 жирными линиями. Вектор электрического поля направлен вдоль оси y перпендикулярно плоскости чертежа. Из рис. 1 видно, что диполи на плоскости $x-y$ в зависимости от координаты x возбуждаются разными фронтами падающей электрической волны. Т.е. между возбужденными диполями существует фазовая задержка. Для случая нормального падения волны такая фазовая задержка отсутствует. В этом заключается различие при суммировании (2) откликов электрических полей от возбужденных диполей в точке (x_1, z_1) . Вычислим эту фазовую задержку пользуясь геометрическими соображениями.

$$l = x \sin(\alpha),$$

$$\ell^{ikl} = \ell^{ik \sin(\alpha)x} = \ell^{ik_1 x}, \quad k_1 = k \sin(\alpha), \quad (20)$$

при этом суммирование запишется так

$$I_1 = \sum_{\substack{x_j - y_j \\ z_j \neq z_l}} \frac{\ell^{ik_1(x-x_0)} \ell^{ik R_{lj}}}{R_{lj}} =$$

$$= \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ell^{ik_1(x-x_0)} \ell^{ik \sqrt{(x-x_1)^2 + y^2 + z^2}}}{\sqrt{(x-x_1)^2 + y^2 + z^2}} dx dy. \quad (21)$$

Сделаем преобразования для удобства интегрирования.

$$x - x_0 = (x - x_1) + (x_1 - x_0),$$

$$\ell^{ik_1(x-x_0)} = \ell^{i\theta} \ell^{ik(x-x_1)}, \quad k_1(x_1 - x_0) = \theta, \quad (22)$$

$$x - x_1 \equiv x.$$

При этом интеграл (21) примет вид

$$I_1 = \frac{\ell^{i\theta}}{\Delta x \Delta y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ell^{ik_1 x} \ell^{ik \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy, \quad (23)$$

Введем полярную систему координат.

$$x = \rho \cos(\varphi), \quad y = \rho \sin(\varphi),$$

$$dx dy = \rho d\rho d\varphi. \quad (24)$$

Интеграл в соотношении (24) примет вид.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ell^{ik_1 x} \ell^{ik \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dx dy =$$

$$= \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{\ell^{ik_1 \rho \cos(\varphi)} \ell^{ik \sqrt{\rho^2 + z^2}}}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \rho d\rho d\varphi. \quad (25)$$

Интегрирование по углу φ приведет к таким результатам [5].

$$\begin{aligned} e^{ik_1\rho\cos(\varphi)} &= \cos(k_1\rho\cos(\varphi)) + i\sin(k_1\rho\cos(\varphi)), \\ \int_0^{2\pi} \cos(k_1\rho\cos(\varphi))d\varphi &= 2\int_0^{\pi} \cos(k_1\rho\cos(\varphi))d\varphi = 2\pi I_0(k_1\rho), \\ \int_0^{2\pi} \sin(k_1\rho\cos(\varphi))d\varphi &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

В (26) под I_0 обозначена функция Бесселя нулевого порядка. С учетом соотношений (26) интеграл (25) можно записать в таком виде.

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{ik_1\rho\cos(\varphi)} e^{ik\sqrt{\rho^2+z^2}}}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \rho d\rho d\varphi &= \\ = 2\pi \int_0^{\infty} \frac{I_0(k_1\rho) e^{ik\sqrt{\rho^2+z^2}}}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \rho d\rho. \end{aligned} \quad (27)$$

Сделав замену переменных,

$$\begin{aligned} \sqrt{\rho^2+z^2} &= y, \\ \rho &= \sqrt{y^2-z^2}, \\ \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2+z^2}} &= dy, \end{aligned} \quad (28)$$

приведем вид интеграла (27) к табличному [6].

$$\begin{aligned}
& 2\pi \int_0^{\infty} \frac{I_0(k_1 \rho) e^{ik\sqrt{\rho^2+z^2}}}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \rho d\rho = \\
& = 2\pi \int_z^{\infty} I_0(k_1 \sqrt{y^2-z^2}) (\text{Cos}(ky) + i\text{Sin}(ky)) dy = \\
& = 2\pi \frac{1}{\sqrt{k^2-k_1^2}} \left(-\text{Sin}(z\sqrt{k^2-k_1^2}) + i\text{Cos}(z\sqrt{k^2-k_1^2}) \right).
\end{aligned} \tag{29}$$

Используя соотношение (20), окончательно запишем.

$$\begin{aligned}
& 2\pi \frac{1}{\sqrt{k^2-k_1^2}} \left(-\text{Sin}(z\sqrt{k^2-k_1^2}) + i\text{Cos}(z\sqrt{k^2-k_1^2}) \right) = \\
& = i2\pi \frac{e^{ik\text{Cos}(\alpha)z}}{k\text{Cos}(\alpha)}.
\end{aligned} \tag{30}$$

При этом интеграл (21) примет такую функциональную зависимость (для случая падения электрической волны на плоскость среды под углом α).

$$\begin{aligned}
I_1 &= \sum_{\substack{x_j=y_j \\ z_j \neq z_1}} \frac{e^{ik_1(x-x_0)} e^{ik R_{lj}}}{R_{lj}} = \\
&= \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ik_1(x-x_0)} e^{ik\sqrt{(x-x_1)^2+y^2+z^2}}}{\sqrt{(x-x_1)^2+y^2+z^2}} dx dy = \\
&= i2\pi N_{xy} \frac{e^{ik\text{Cos}(\alpha)z}}{k\text{Cos}(\alpha)} e^{i\theta}.
\end{aligned} \tag{31}$$

Если мерять фазу падающей волны и переизлученной волны в одной и той же точке координаты x , постоянный фазовый сдвиг θ будет равен нулю.

Взятие сумм (2) в случае нормального падения электрической волны на плоскость среды приводило к такому результату.

$$\begin{aligned}
I_1 &= \sum_{\substack{x_j - y_j \\ z_j \neq z_l}} \frac{\ell^{ikR_{lj}}}{R_{lj}} = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ell^{ik\sqrt{x^2+y^2+z^2}}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} dx dy = \\
&= i \frac{2\pi N_{xy}}{k} \ell^{ikz}.
\end{aligned} \tag{32}$$

Для случая нормального падения электрической волны на плоскость среды (32) коэффициент диполь–дипольного взаимодействия между условными переизлучающими плоскостями находился из такого соотношения [1].

$$\alpha k^2 I_1 = i 2\pi k N_{xy} \alpha \ell^{ikz} = \overline{\overline{r}} \ell^{ikz}, \tag{33}$$

где в (33) α – поляризуемость среды, а в (31) α под косинусом – угол падения. Для случая падения электрической волны под углом из (31), (33) следует

$$\alpha k^2 I_1 = i 2\pi \frac{k}{\text{Cos}(\alpha)} N_{xy} \alpha \ell^{ik\text{Cos}(\alpha)z} = \overline{\overline{r}}_{\alpha} \ell^{ik\text{Cos}(\alpha)z}, \tag{34}$$

при этом коэффициент взаимодействия (6) для данного случая примет значение

$$k_{\alpha}' = -i \frac{\overline{\overline{r}}_{\alpha}}{\Delta z} = 2\pi \frac{k}{\text{Cos}(\alpha)} N_{xyz} \alpha. \tag{35}$$

Интегральное уравнение (4) для волн электрического поля, излучаемых диполями, находящимися в плоскости решетки структуры среды в случае падения возбуждающей волны электрического поля под углом α к плоскости среды, с учетом соотношений (31), (34), (35) примет такой вид.

$$\begin{aligned}
E_l(z_l) &= iA_{\alpha} E_0 \ell^{ik\text{Cos}(\alpha)z_l} + ik_{\alpha}' \ell^{-ik\text{Cos}(\alpha)z_l} \int_{z_l}^{z_p} E_j(z_j) \ell^{ik\text{Cos}(\alpha)z_j} dz_j + \\
&\quad + ik_{\alpha}' \ell^{ik\text{Cos}(\alpha)z_l} \int_{z_l}^{z_l} E_j(z_j) \ell^{-ik\text{Cos}(\alpha)z_j} dz_j,
\end{aligned} \tag{36}$$

Соответствующее интегральному уравнению (36) волновое уравнение для электрической волны примет такую функциональную зависимость

$$\frac{d^2}{(dz)^2} E_l(z_l) + k^2 \text{Cos}^2(\alpha) \left(1 + 2 \frac{k_{\alpha'}}{k \text{Cos}(\alpha)}\right) E_l(z_l) = 0, \quad (37)$$

решение которого совместно с уравнением (36) дает следующую зависимость для амплитуд электрических волн, излучаемых плоскостями, в которых расположены диполи

$$E_l(z_l) = E_0 \frac{ik \text{Cos}(\alpha) \Delta z}{D_{\alpha}} * \left[(1 - u_{\alpha}) \ell^{ik \text{Cos}(\alpha) u_{\alpha} (L - z_l)} - (1 + u_{\alpha}) \ell^{-ik \text{Cos}(\alpha) u_{\alpha} (L - z_l)} \right]. \quad (38)$$

Значения амплитуд являются функциями параметров, которые характеризуют всю систему переизлучения в целом :

$$\Delta z = z_{l+1} - z_l, \quad L = z_p - z_1, \quad u_{\alpha}, \quad k, \quad E_0.$$

$$u_{\alpha} = \sqrt{1 + 2 \frac{k_{\alpha'}}{k \text{Cos}(\alpha)}} = \sqrt{1 + \frac{4\pi N \alpha}{\text{Cos}^2(\alpha)}}. \quad (39)$$

Волны от источника переизлучения распространяются в двух противоположных направлениях со скоростью света в вакууме.

Для амплитуд суммарного (суммируются волны, излучаемые плоскими источниками переизлучения (38)) электрического поля волн двух направлений, распространяющихся в среде, в случае падения возбуждающей волны под углом α к плоскости среды, формулы будут иметь следующую функциональную зависимость.

$$E_l^+ = E_0 \ell^{ik \text{Cos}(\alpha) z_l} + \sum_{z_j=z_1}^{z_l} E_j(z_j) \ell^{ik \text{Cos}(\alpha) (z_l - z_j)}, \quad (40)$$

$$E_{l+1}^- = \sum_{z_j=z_{l+1}}^{z_p} E_j(z_j) \ell^{ik \text{Cos}(\alpha) (z_j - z_{l+1})}, \quad (41)$$

где значения амплитуд волн источников переизлучения $E_j(z_j)$ необходимо брать из формулы (38).

Из соотношений (40), (41), (38) находятся амплитуды суммарных электрических волн в различных сечениях рассматриваемой системы для слоя среды шириной L (формулы (13)–(14^A)) и для полубесконечной среды (формулы (15) – (19)). В этих формулах для случая падения возбуждающей волны под углом α волновой вектор k в экспонентах необходимо заменить на величину $k \cos(\alpha)$, а величину u брать из формулы (39).

Для полубесконечной среды преломление электрической волны изобразим графически на рис.2.

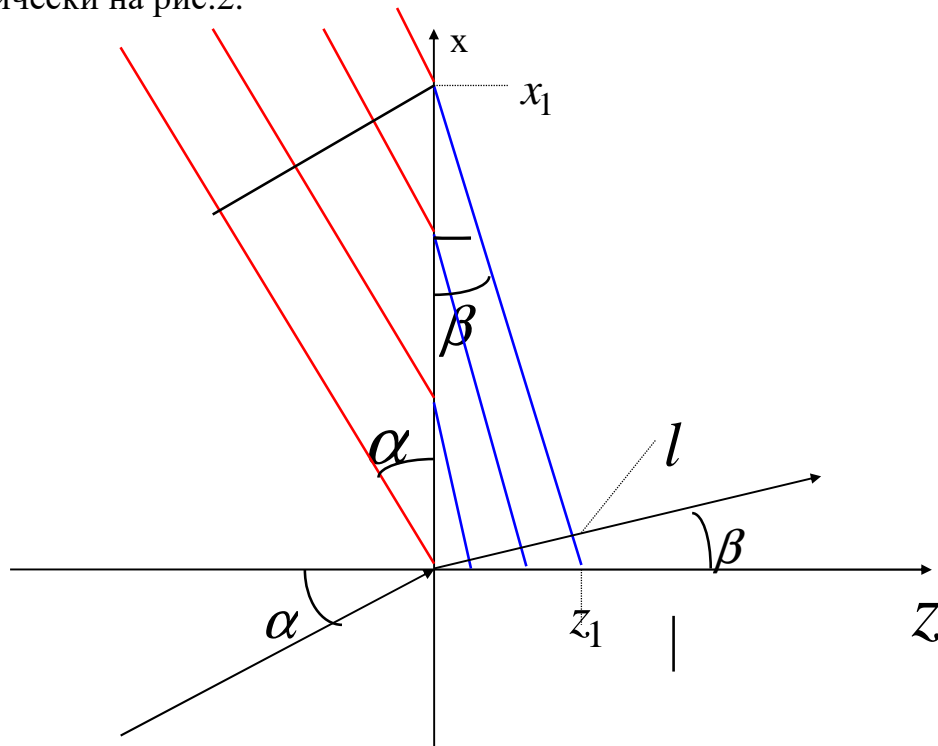


Рис. 2.

Здесь волновые фронты возбуждающей волны изображены линиями, расположенными под углом α к оси x , волновые фронты преломленной волны отображены линиями, расположенными под углом β . Согласно рисунку фазовая задержка в точке x_1 относительно начала координат равна целому числу длин волн и выражается следующей зависимостью.

$$\begin{aligned}
n\lambda &= x_1 \text{Sin}(\alpha), \\
n2\pi &= kx_1 \text{Sin}(\alpha), \\
x_1 &= \frac{n\lambda}{\text{Sin}(\alpha)}.
\end{aligned} \tag{42}$$

Амплитуда преломленной волны для случая падения возбуждающей волны под углом (согласно (16)) равна

$$E_1^+ (z = z_1) = E_0 e^{ik \text{Cos}(\alpha) u_\alpha z_1}, \tag{43}$$

где значение u_α необходимо брать из формулы (39).

При этом фазовая задержка для преломленной волны вдоль координаты z в точке z_1 согласно рисунка также равна целому числу длин волн.

$$\begin{aligned}
n2\pi &= k \text{Cos}(\alpha) u_\alpha z_1, \\
z_1 &= \frac{n\lambda}{\text{Cos}(\alpha) u_\alpha}.
\end{aligned} \tag{44}$$

Значение угла преломления β находится из отношения координат точек.

$$\begin{aligned}
\text{tg}(\beta) &= \frac{z_1}{x_1} = \frac{\text{Sin}(\alpha)}{u_\alpha \text{Cos}(\alpha)}, \\
u_\alpha &= \frac{\text{tg}(\alpha)}{\text{tg}(\beta)} = \frac{\text{Sin}(\alpha) \text{Cos}(\beta)}{\text{Cos}(\alpha) \text{Sin}(\beta)}.
\end{aligned} \tag{45}$$

Амплитуда отраженной волны в случае падения возбуждающей волны под произвольным углом согласно (15^A) равна

$$E_1^- (z = 0) = E_0 \frac{1 - u_\alpha}{1 + u_\alpha}. \tag{46}$$

Коэффициент отражения от полубесконечной плоскости соответственно равен

$$R_\alpha = \frac{1 - u_\alpha}{1 + u_\alpha} = \frac{1 - \frac{\text{tg}(\alpha)}{\text{tg}(\beta)}}{1 + \frac{\text{tg}(\alpha)}{\text{tg}(\beta)}} = \frac{\text{Cos}(\alpha) \text{Sin}(\beta) - \text{Sin}(\alpha) \text{Cos}(\beta)}{\text{Cos}(\alpha) \text{Sin}(\beta) + \text{Sin}(\alpha) \text{Cos}(\beta)} = -\frac{\text{Sin}(\alpha - \beta)}{\text{Sin}(\alpha + \beta)}. \tag{47}$$

Вычислим фазовую задержку волны вдоль распространения луча преломленной волны.

$$\begin{aligned}
 \varphi &= k \cos(\alpha) u_\alpha z_1, \quad l = z_1 \cos(\beta), \\
 \varphi &= k \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} u_\alpha l = k u_0 l, \\
 u_0 &= \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} u_\alpha = \frac{u_\alpha \cos(\alpha)}{\operatorname{Cos} \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{u_\alpha}} = \\
 &= \frac{u_\alpha \cos(\alpha)}{\operatorname{Cos} \operatorname{arccos} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\operatorname{tg}(\alpha)}{u_\alpha} \right)^2}}} = \\
 &= \cos(\alpha) \sqrt{u_\alpha^2 + \operatorname{tg}^2(\alpha)} = \sqrt{1 + 4\pi N \alpha} = u_0. \tag{48}
 \end{aligned}$$

Фазовая задержка преломленной волны вдоль луча распространения по углу β согласно рис. 2 и (48) также равна целому числу длин волн.

$$\begin{aligned}
 n2\pi &= k u_0 l, \\
 l &= \frac{n\lambda}{u_0}. \tag{49}
 \end{aligned}$$

Значение угла преломления β находится из отношения координат точек (42) и (49).

$$\begin{aligned}
 \sin(\beta) &= \frac{l}{x_1} = \frac{\sin(\alpha)}{u_0}, \\
 \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} &= u_0. \tag{50}
 \end{aligned}$$

Амплитуда отраженной волны электрического поля от слоя среды толщиной L в случае падения возбуждающей волны на плоскость пленки под углом α согласно (12) выразится такой формулой.

$$E_1^-(z_1) = E_0 \frac{\rho^{-ik\text{Cos}(\alpha)u_\alpha L} - \rho^{ik\text{Cos}(\alpha)u_\alpha L}}{\frac{1+u_\alpha}{1-u_\alpha} \rho^{-ik\text{Cos}(\alpha)u_\alpha L} - \frac{1-u_\alpha}{1+u_\alpha} \rho^{ik\text{Cos}(\alpha)u_\alpha L}}. \quad (51)$$

При напылении зеркал используются пленки толщиной в четверть длины волны. При этом пленка имеет максимум отражения. Для нормального падения возбуждающей волны согласно (12) толщина пленки равна

$$\frac{\pi}{2} = ku_0 L_0, \quad (52)$$

$$L_0 = \frac{\lambda}{4u_0}.$$

Для падения возбуждающей волны под углом α к плоскости пленки максимум отражения пленки наступит согласно (51) при толщине

$$\frac{\pi}{2} = k\text{Cos}(\alpha)u_\alpha L_\alpha, \quad (53)$$

$$L_\alpha = \frac{\lambda}{4\text{Cos}(\alpha)u_\alpha}.$$

Из формул (52), (53) следует, что при напылении зеркал для волн падающих под углом, отличающимся от нормального, толщины пленок следует увеличивать на такой коэффициент

$$\eta = \frac{L_\alpha}{L_0} = \frac{u_0}{\text{Cos}(\alpha)u_\alpha} =$$

$$\eta = \frac{\sqrt{1+4\pi N\alpha}}{\sqrt{\text{Cos}^2(\alpha)+4\pi N\alpha}} = \quad (54)$$

$$\eta = \frac{u_0}{\sqrt{u_0^2 - \text{Sin}^2(\alpha)}}.$$

Для волны, падающей под углом 45° , и показателе преломления пленки, равном $n_0=1.5$ этот коэффициент равен

$$\eta = 1.134 \quad (55)$$

Литература

1. Косинский Ю.И., Принцип переизлучения электрического поля на диполях в стационарных электрических явлениях, а также магнитных и оптических явлениях, 9, (2002).
2. Косинский Ю.И., Микроструктурная модель взаимодействия электрического поля с оптически прозрачными средами или принцип переизлучения на диполях в оптических явлениях, 4 – 6, (2002).
3. Косинский Ю.И. Микроструктурная модель взаимодействия волны электрического излучения со слоем среды шириной L в случае нормального падения, 4 –5, (2002).
4. Косинский Ю.И., Распространение электрических волн в полубесконечной среде в случае нормального падения в представлении микроструктурной модели, 4, (2002).
5. И.С. Градштейн и И.М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, 416, (1963).
6. И.С. Градштейн и И.М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, 750, (1963).